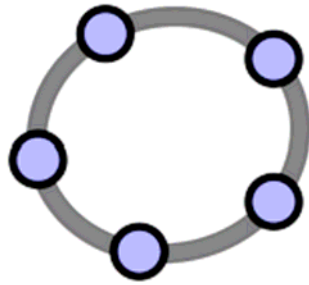


Workshop Geogebra



April 2012

P.G. van de Veen

info@vandeveen.nl

I. Geogebra op papier: afbeeldingen

Blz. 2

Het gebruik van Geogebra bij proefwerken

II. Geogebra op het bord: constructies

Blz. 8

Praktische oefeningen met Geogebra in de klas

III. Geogebra op het web: Applets

Blz. 26








































Het schrijven van applets

IV. Advanced applets: Animaties

Blz. 49

Verschillende methoden voor geanimeerde applets

Overzicht van Geogebra iconen van de meest voorkomende bewerkingen

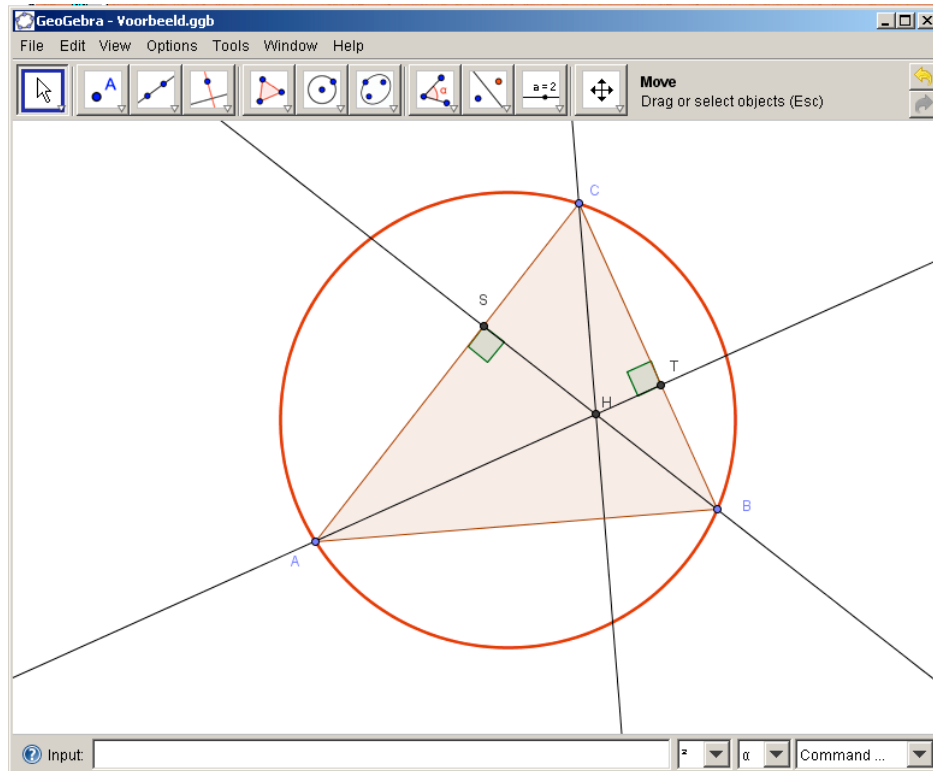
Verplaats en roteer commando's				Punt commando's			
							
Verplaats	Roteer			Punt	Snijpunt van 2 objecten	Midden van 2 punten	
Lijn commando's I							
							
Lijn door 2 punten	Lijn tussen 2 punten	Lijn van punt met lengte	Halfrechte door 2 punten	Vector tussen 2 punten	Vector met beginpunt		
Lijn commando's II							
							
Loodlijn	Evenwijdig	Middelloodlijn	Bissectrices	Raaklijnen	Meetkundige plaats		
Veelhoek commando's			Cirkel commando's				
							
Veelhoek	Polygon		Cirkel met M door punt	Cirkel met M en r	Passer	Cirkel door 3 punten	
Meet commando's				Transformatie commando's			
							
Hoek	Hoek met bepaalde grootte	Lengte	Lijnspiegeling	Puntspiegeling	Rotatie over bepaalde hoek	Verschuiving over vector	
Invoeg commando's							
							
Schuifknop	Aanvinkvakje	Tekst	Afbeelding				
View en stijl commando's							
							
Verplaatsen	Inzoomen	Uitzoomen	Label zichtbaar	Stijl kopiëren			

I. Geogebra op papier

Geogebra leent zich uitstekend voor het maken van illustraties bij proefwerken e.d.

Eén van de voordelen is dat er snel wijzigingen en variaties aangebracht kunnen worden, b.v. voor twee proefwerkversies.

Stel dat we in Geogebra een tekening hebben gemaakt van een cirkel, een driehoek door drie punten op die cirkel en de drie hoogtelijnen met snijpunt H. (De proefwerkvraag zou kunnen zijn welke baan dat punt H aflegt als C wordt verplaatst.)



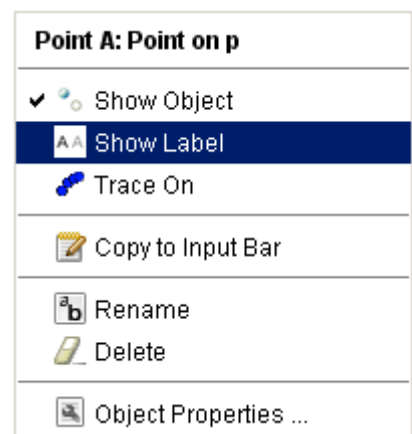
Het eerste probleem dat we nu hebben is dat de grootte van de letters veel te gering is. Die lettergrootte is niet te zomaar te veranderen. Als we zouden inzoomen blijven de letters even groot terwijl de figuur kleiner wordt. Maar dat werkt niet echt lekker.

Een manier is om tekst zoals A, B, C enz. apart als tekst in te voeren.

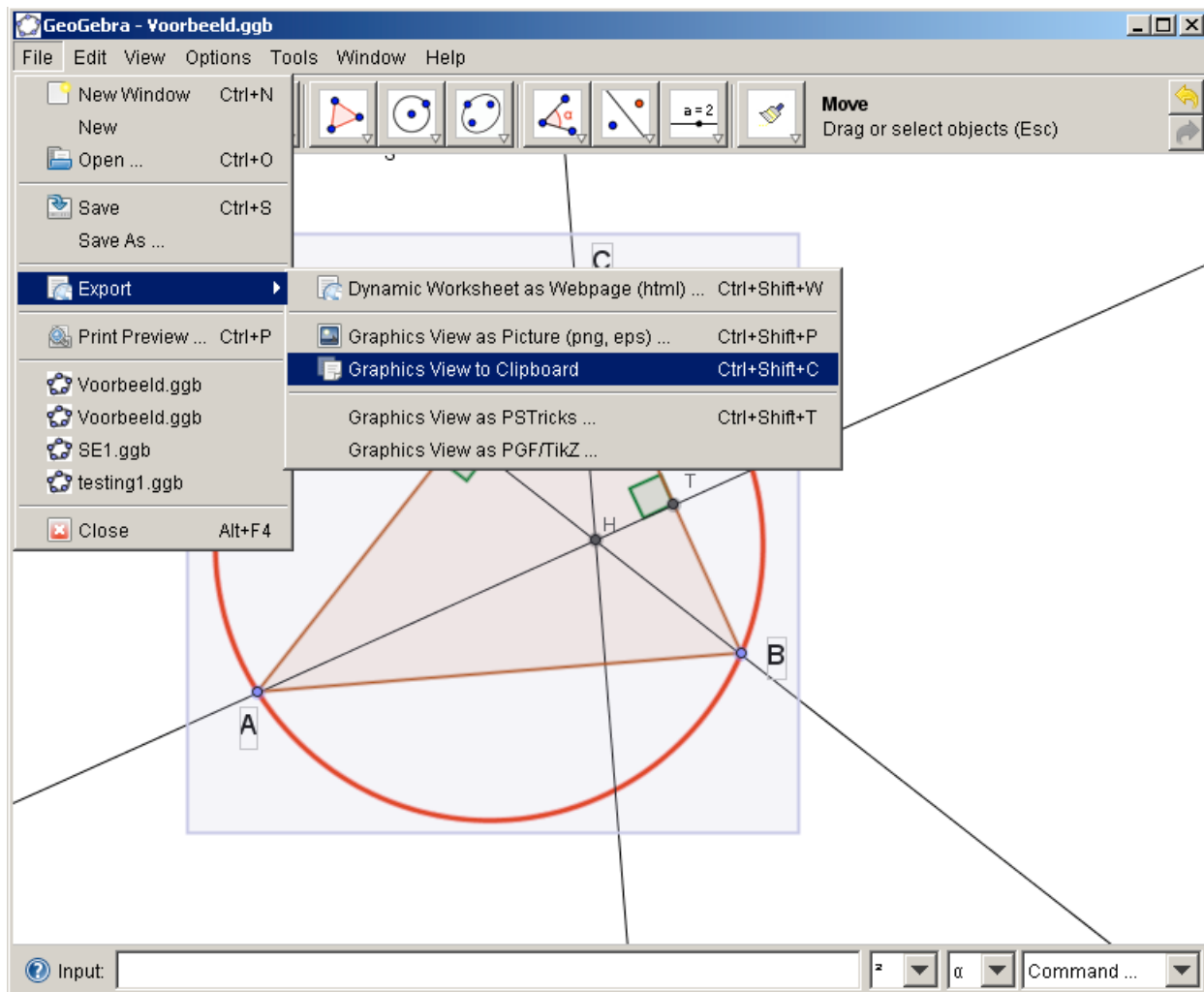
- Klik met rechts op punt A en vink de zichtbaarheid van het label uit.

- Definieer teksten A, B en C enz. met het commando `Tekst["A"]` (Dat heeft het voordeel dat dit zelfde commando via Ctrl-C snel herhaald kan worden)

De tekst A wordt nu altijd bij het punt (0,0) geplaatst. Versleep de letter A naar de juiste plek, klik met rechts en stel de lettergrootte in. Bij de overige letters kan die stijl gekopieerd worden.



Met het commando File, Export, Graphics View to Clipboard (of de sneltoets Ctrl-Shift-C) wordt dit venster als een afbeelding naar het Windows klembord gekopieerd. Als Word ook “open staat” kan deze afbeelding nu met Ctrl-V direct in het Word document geplakt worden.



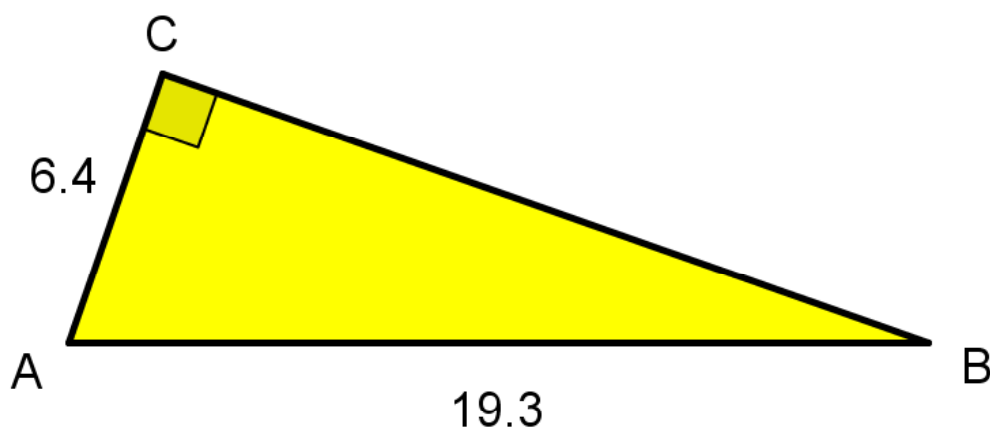
Daarna zijn in Word alle mogelijkheden voor het wijzigen van de lay-out bruikbaar. Vooral Size, Wrapping en Float over text moeten ingesteld worden. Het opnemen van zo'n afbeelding met bijschriften in een onzichtbare tabel is een goed principe.

Voorbeelden, oefeningen en tips bij “Geogebra op papier”

Tips:

1. Stel de fontsize in Geogebra in op 18, het raster uit, assen uit
2. Stel standaard een royale lijndikte in, b.v. lijndikte 5.
3. Gebruik bij hoeken het label “Titel” ipv Waarde of Naam.
4. Maak gebruik van het Tekst[“A”] commando voor de aanduidingen.
5. Met de optie “Titel” kunnen bij hoeken ook aanduidingen als b.v. “ $\frac{1}{2}\pi+\alpha$ ” meegegeven worden.
6. Letters/teksten/namen met een underscore zoals een indexnummer worden ingevoerd door A_{1} voor A_1 of als $A_{\text{meerdere tekens}}$ voor $A_{\text{meerdere tekens}}$

Voorbeeld I-1:



Deze tekening werd gemaakt door te beginnen met:

$$A=(0,0)$$

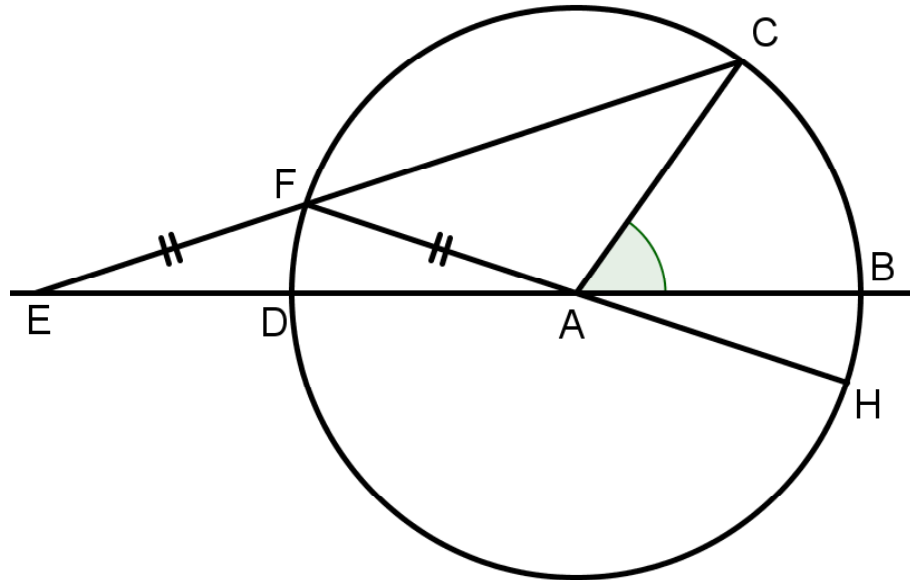
$$B=A+(19.3,0)$$

Labels staan uit, aanduidingen via Tekst[“A”] enz.

Lengten via de lengtemeet tool

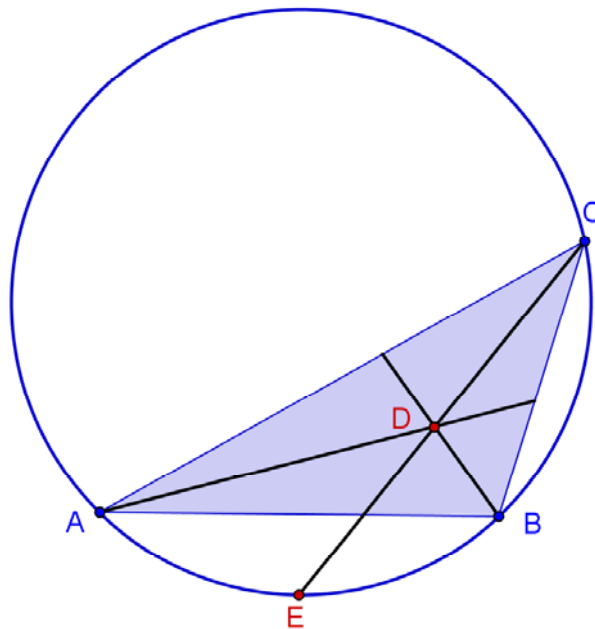
Daarna de rechte hoek met label uit.

Voorbeeld I-2: :



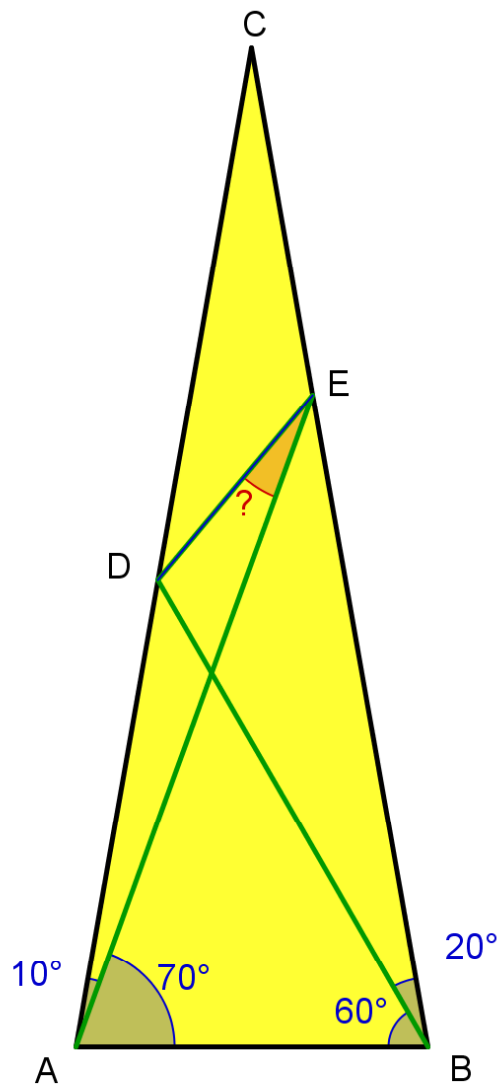
Opgave is om aan te tonen dat $\angle CAG = 4\angle E$ en dat $\angle E = \frac{1}{3}\angle BAC$
 Begin de constructie weer met $A=(0,0)$, $B=(1,0)$, gevolgd door $y=0$

Voorbeeld I-3:



Opgave is om aan te tonen dat E het middelpunt is van de cirkel door A, B en D als AD en BD bissectrices zijn

Voorbeeld I-4:



Opgave is om hoek AED te berekenen. (Veel moeilijker dan het lijkt!)
Alle punten zijn nadat de constructie klaar was onzichtbaar gemaakt.
De letteraanduiding is steeds een tekst.

II. Geogebra op het bord

Geogebra leent zich uitstekend voor het 'live' demonstreren van wiskundige principes. Maar om 'voor de vuist weg' een stelling op het (digibord) te zetten vraagt om snelheid, handigheid en zekerheid.

Dit gedeelte van de Geogebra cursus is bedoeld om die handigheid te bereiken.

Er wordt uitgegaan van:

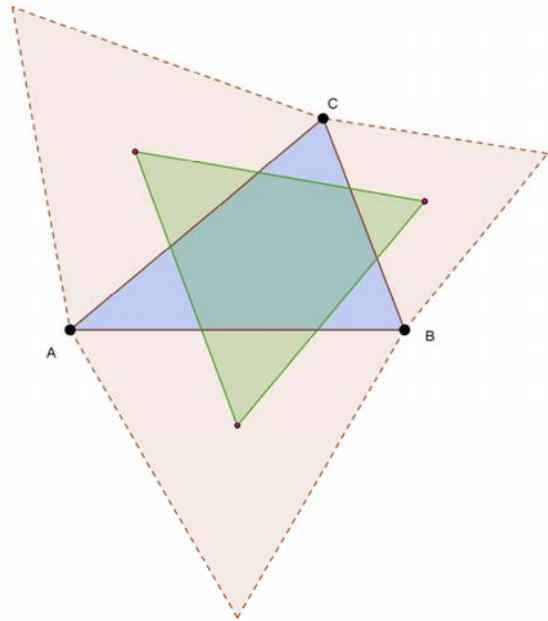
- installatie van Geogebra via <http://www.geogebra.org/webstart/3.2/geogebra.jnlp>
Op het bureaublad verschijnt de Geogebra icoon. Desgewenst kan deze icoon naar de Quick Launch bar linksonder worden gesleept.
- bekendheid met de taalinstelling (nederlands of engels)
- het instellen van de zichtbaarheid van assen, rooster, het algebra-venster en het rekenblad

Overzicht van voorbeelden/oefeningen:

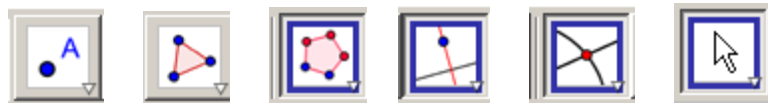
1. Stelling van Napoleon
2. Stelling van Aubel
3. Stelling van Thales
4. Stelling van omtrekshoek en middelpuntshoek
5. Stelling van de Koordenvierhoek
6. Stelling van Koorde en Raaklijn
7. De stelling van Brocard
8. De stelling van Morley
9. Euler's lijn
10. Geometrische plaats
11. Het direct invoeren van functies
12. Het verschuiven van functies

Voorbeeld II-1: De stelling van Napoleon

Resultaat:



Gebruikte iconen:

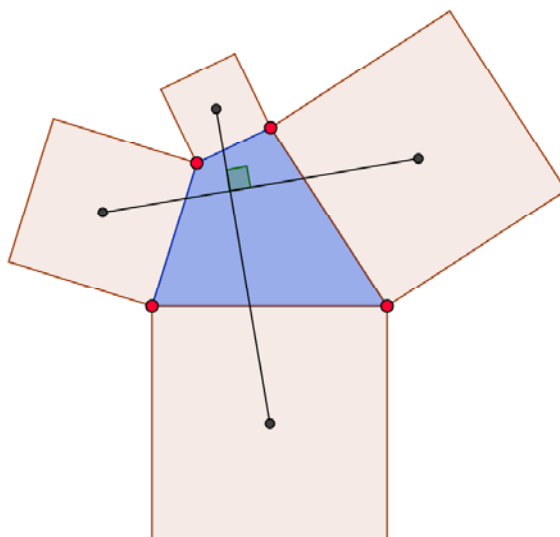


Werkwijze:

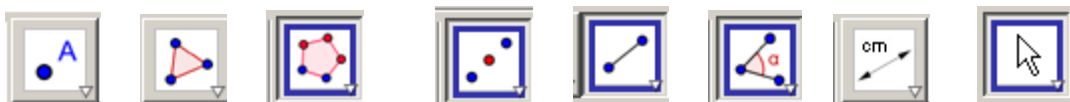
1. Teken een driehoek ABC met het veelhoek commando of met 3 losse punten, gevolgd door het veelhoek commando. (Stel desnoods in via de menubalk Optie Labels Automatisch)
2. Stel de kleureigenschappen in. (Rechts klikken, kleur en stijl kiezen)
3. Gebruik het Polygon commando voor een gelijkzijdige driehoek op BA, CB en AC. (Let op de oriëntatie)
4. Teken in elke driehoek twee hoogtelijnen en hun snijpunt. (Loodlijn commando en Snijpunt van 2 objecten)
5. Klik achtereenvolgend met rechts op deze hoogtelijnen en vink de zichtbaarheid **uit**.
6. Verbind met het polygon commando de drie snijpunten.
7. Stel desgewenst de kleureigenschap van deze driehoek in.
8. Beweeg punt A, B en C en demonstreer dat de nieuwe driehoek altijd gelijkzijdig is.

Voorbeeld II-2: De stelling van Aabel

Resultaat:



Gebruikte iconen:

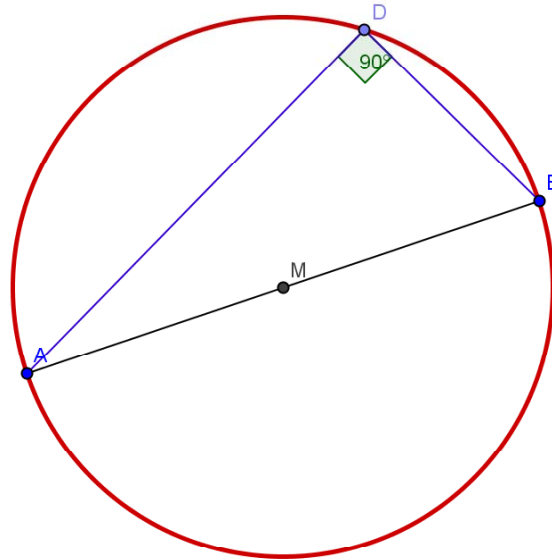


Werkwijze:

1. Teken een vierhoek ABCD met het veelhoek commando of met 4 losse punten, gevolgd door het veelhoek commando.
2. Stel de kleureigenschappen in.
3. Gebruik het Polygon commando voor een gelijkzijdige vierhoek op BA, CB en DC en AD.
4. Teken in elke vierhoek het midden tussen twee tegenover elkaar gelegen hoekpunten.
5. Teken de verbindingslijnen tussen deze 4 hoekmiddens.
6. Gebruik het hoekmeet commando om te demonstreren dat de hoek tussen deze lijnen 90° is.
7. Gebruik het lengte_meet commando om te laten zien dat deze lijnen even lang zijn.
8. Stel desgewenst de kleureigenschappen in.
9. Beweeg punt A, B, C en D en demonstreer de stelling voor een willekeurige vierhoek.

Voorbeeld II-3: De stelling van Thales

Resultaat:



Gebruikte iconen:

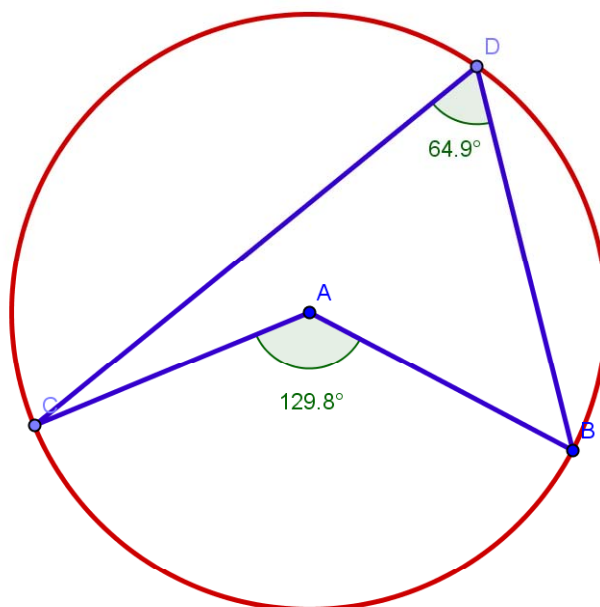


Werkwijze:

1. Teken een punt A, punt B en het daartussen liggende punt C.
Teken een cirkel met C als middelpunt door A. (Er zijn veel manieren om een cirkel met een middellijn te tekenen. Dit is een van de snelste)
2. Klik rechts op C en wijzig de naam in M.
3. Stel de kleureigenschappen in.
4. Teken een punt D op de cirkel en teken lijnen AD en BD.
5. Gebruik het hoekmeet commando om te demonstreren dat de hoek tussen deze lijnen 90° is.
6. Beweeg punt A, B en P en demonstreer de stelling.

Voorbeeld II-4: De stelling van omtrekshoek en middelpuntshoek

Resultaat:



Gebruikte iconen:



Werkwijze:

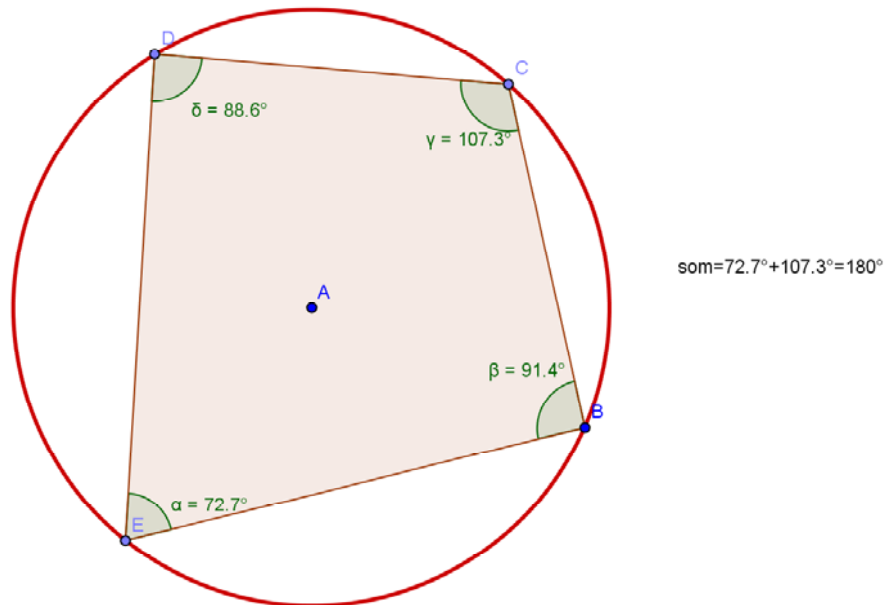
1. Teken een cirkel met het basis cirkel commando.
2. Teken C en D op die cirkel.
3. Teken de koorde BD en CD. Stel de kleureigenschappen in.
4. Gebruik het hoekmeetcommando om te demonstreren dat de hoek tussen BD en CD constant is
5. Teken de lijnen AB en demonstreer dat hoek BAC het dubbele is van hoek BDC.
6. Beweeg punt A, B en D en demonstreer de stelling.

Tips:

- Gebruik het Stijl_copy commando om de lijnen snel hetzelfde uiterlijk te geven.
- Stel in dat op 1 cijfer achter de komma wordt afgerond.
- Verplaats de waarden zodat ze duidelijk in beeld staan.
- Als het hoek commando hardnekkig de buitenhoek aangeeft na het selecteren van CA en AB kan de hoek ook dmv de punten CAB worden aangewezen.

Voorbeeld II-5: De stelling van de koordenvierhoek

Resultaat:



Gebruikte iconen:



Werkwijze:

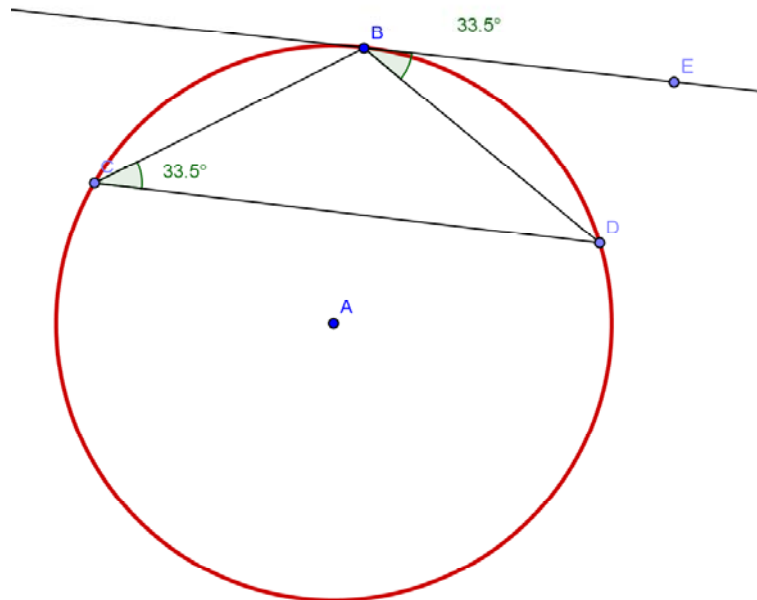
1. Teken een cirkel met het basis cirkel commando. Teken C, D en E op die cirkel.
Teken de koorden BC, CD, DE en EB of gebruik het veelhoek commando.
2. Klik op hoekmeetcommando en daarna op de veelhoek. In één keer worden de hoeken nu aangegeven. Er valt al te zien dat de som van de overstaande hoeken 180° is.
3. Klik rechts op een hoek en kies voor label=Naam+Waarde. Gebruik het Copy-stijl commando om deze eigenschap aan de andere hoeken door te geven.
4. Voer op de opdrachtregel in: $Som=\alpha+\gamma$
Voeg daarna een Tekst in en definieer deze als: som
Er wordt nu de tekst $som=180^\circ$ weergegeven.
5. Fraaiër is te laten zien dat de optelling echt klopt. Dat is lastiger en moet echt geoefend worden.
Voer als tekst in: **"som="+ α +"+" γ +"="+ $(\alpha+\gamma)$**

Uitleg:

- "som="** + = een stukje tekst gevolgd door
- α +** = de waarde van α gevolgd door
- "+" +** = de tekst 'plusteken' gevolgd door
- γ +** = de waarde van γ gevolgd door
- "=" +** = de tekst '=' gevolgd door
- + ($\alpha + \gamma$)** = de waarde van $\alpha + \gamma$

Voorbeeld II-6: De stelling van koorde en raaklijn

Resultaat:



Gebruikte iconen:



Werkwijze:

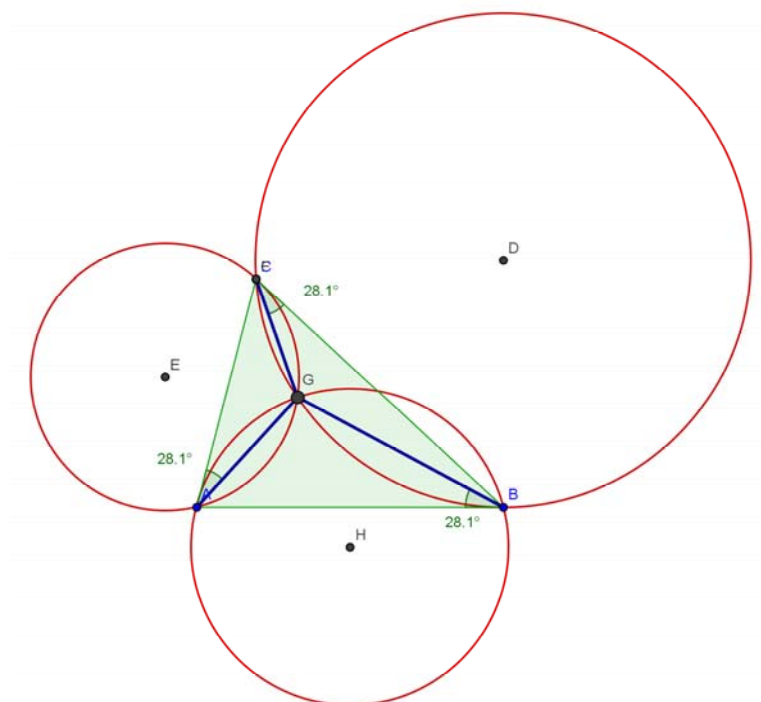
1. Teken een cirkel met het basis cirkel commando.
Teken de raaklijn aan de cirkel in B.
2. Teken een punt C en D op de cirkel en teken de koorden BC, CD, BD.
3. Gebruik het hoekcommando om de hoek te meten tussen de raaklijn en BD en de middelpuntshoek BCD.

Tip:

Omdat de oriëntatie van de koorden beslissend is voor de weergegeven hoek kan het soms handig zijn om de hoek echt tussen 3 punten op te geven. Zet daarvoor even een hulppunt E op de raaklijn.

Voorbeeld II-7: De stelling van Brocard

Resultaat:



Gebruikte iconen:



Werkwijze:

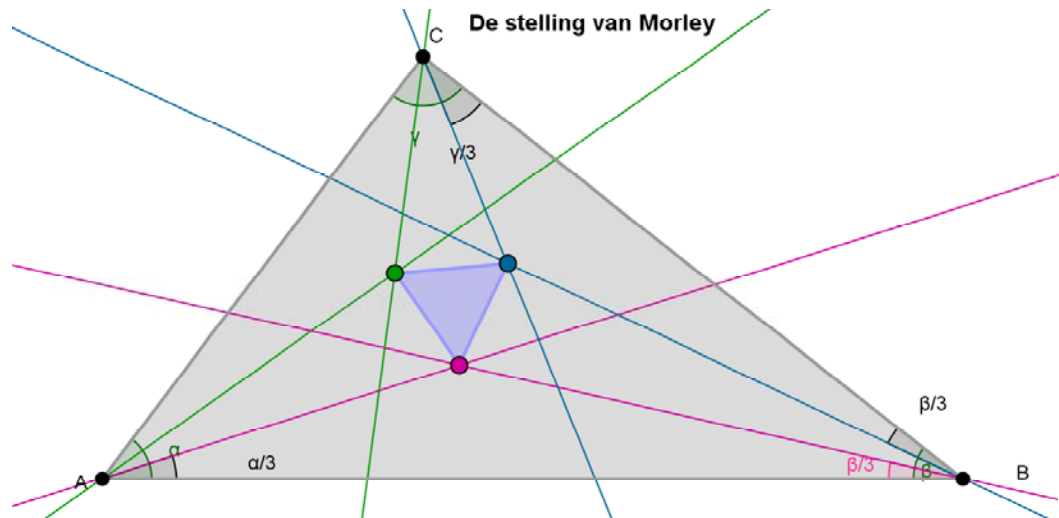
1. Teken een driehoek met het polygon commando
2. Teken in B de loodlijn op AB. Teken de middelloodlijn van BC met het middelloodlijn commando. Teken het snijpunt van deze lijnen. Neem dit als middelpunt van een cirkel door B. Vink nu met rechts de zichtbaarheid van loodlijn en middelloodlijn uit. Stel kleur en lijndikte eigenschappen in.
3. Teken in C de loodlijn op BC. Teken de middelloodlijn van CA met het middelloodlijn commando. Teken het snijpunt van deze lijnen. Neem dit als middelpunt van een cirkel door C. Vink nu met rechts de zichtbaarheid van loodlijn en middelloodlijn uit.
4. Teken in A de loodlijn op AC. Teken de middelloodlijn van AB met het middelloodlijn commando. Teken het snijpunt van deze lijnen. Neem dit als middelpunt van een cirkel door A. Vink nu met rechts de zichtbaarheid van loodlijn en middelloodlijn uit. Kopieer de kleur en lijneigenschappen.
5. Markeer het snijpunt P van de drie cirkels.
6. Teken AP, BP, CP en demonstreer dmv het hoek commando dat de bijbehorende hoeken gelijk zijn.

Tip:

- Als meerdere objecten over elkaar vallen is het soms lastig een snijpunt aan te wijzen. Selecteer de objecten dan achtereenvolgens uit het lijstje. Selecteer als het even mogelijk is objecten op een ondubbelzinnige plaats.

Voorbeeld II-8: De stelling van Morley

Resultaat:



Gebruikte iconen:



Werkwijze:

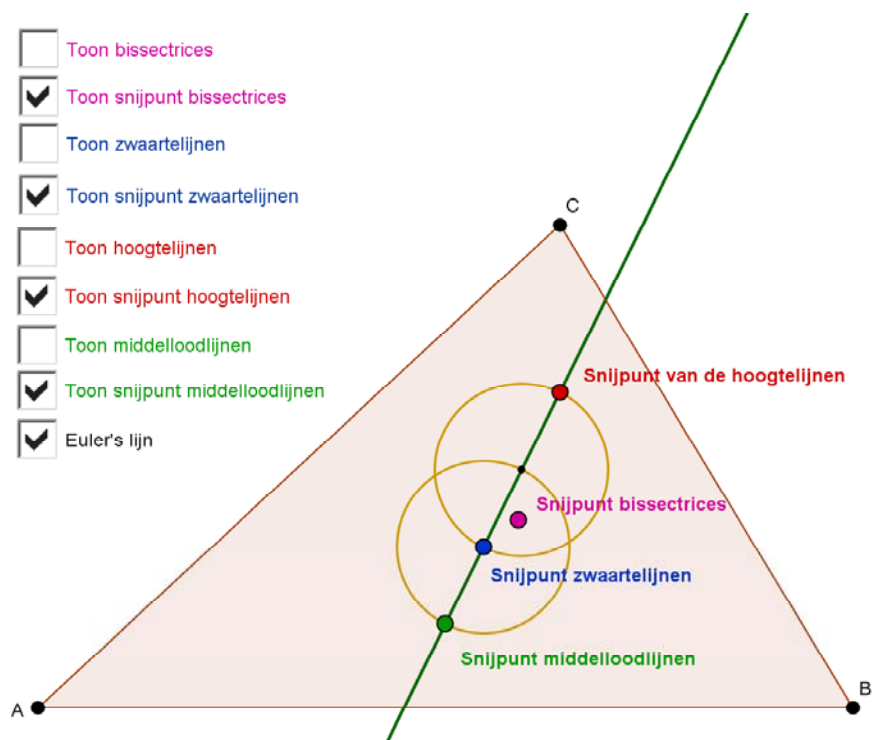
1. Teken een driehoek met het polygon commando.
2. Meet de drie hoeken op dmv het hoekmeet commando. Zorg dat de namen van de hoeken worden weergegeven!
3. Gebruik het Rotate commando: Klik op object B, rotatiecentrum A en voer in het nu verschijnende venster de naam van de hoek in, gedeeld door 3. Dit roteert punt B naar een nieuw punt B'. LET OP: het gradentekentje moet weg!! [In Geogebra betekent het $^\circ$ teken letterlijk de vermenigvuldiging met $180/\pi$. En $/\circ$ betekent de deling.]



4. Teken nu de lijn AB'. Op exact dezelfde manier roteren we nogmaals punt B maar nu over $2/3 \alpha$ en krijgen zo B'' en de lijn AB''. Op dezelfde manier roteren we punt C 2x en punt A 2x.
5. Met het snijpunt commando tekenen we de drie snijpunten P Q en R en de driehoek PQR.
6. Demonstreer dat dit altijd een gelijkzijdige driehoek is. Stel kleur en lijndikte eigenschappen in.

Voorbeeld II-9: Euler's lijn

Resultaat:



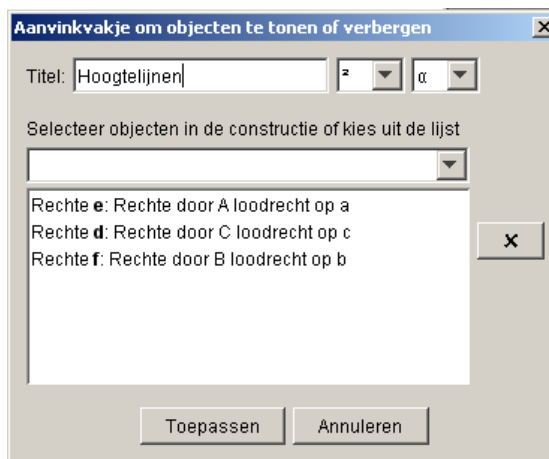
Gebruikte iconen:



Werkwijze:

Om Euler's lijn er zo mooi uit te krijgen als in bovenstaande applet vereist wel enige oefening vooraf. Maar het kan prima en de opbouw van zo'n figuur kan voor leerlingen ook al illustratief zijn.

1. Teken met het polygon commando een driehoek.
2. Gebruik het loodlijn icoon voor de loodlijn op AB door C. (klik op lijn en punt of omgekeerd). Teken ook de tweede loodlijn en markeer het snijpunt met het Snijpunt commando. Teken NU PAS de derde hoogtelijn en demonstreer dat deze altijd door één punt gaan. Geef het punt een kleur en maak het wat groter en kies voor weergave zonder label.
3. Kies het Teksticoon, klik op dat snijpunt en plaats de tekst snijpunt hoogtelijnen.
4. Plaats nu een Aanvinkvakje geef deze de naam Hoogtelijnen.
Selecteer de drie hoogtelijnen als objecten en klik op toepassen.



Nu is er een Aanvinkvakje gedefinieerd waarmee de zichtbaarheid van die drie hoogtelijnen aan en uitgezet kan worden. (Op een digibord hebben Aanvinkvakjes de nare eigenschap lastig selecteerbaar te zijn. Aanvinkvakjestijl moet op Groot zijn ingesteld.

En het verdient aanbeveling om van een Aanvinkvakje bij de *Eigenschappen Fixeer Aanvinkvakje* in te stellen.)

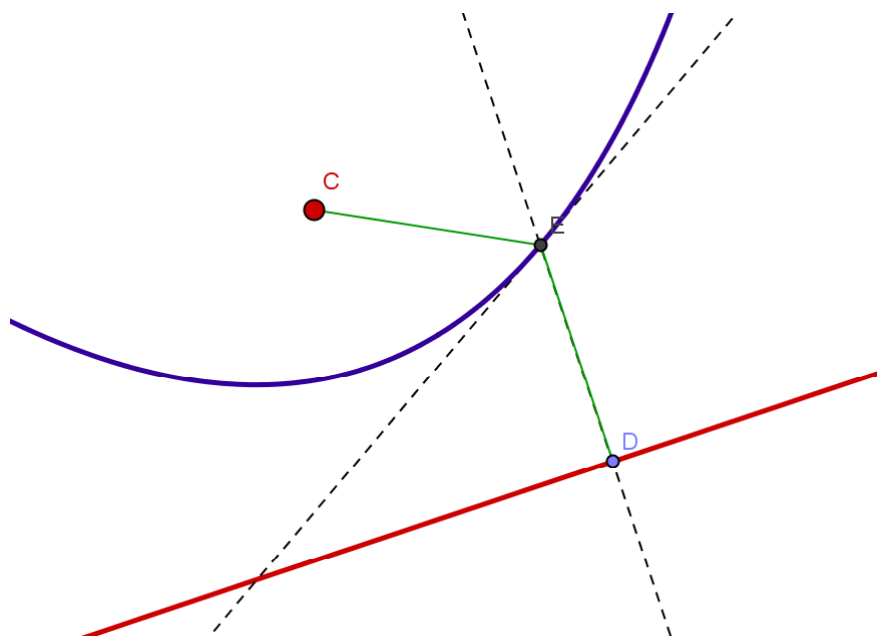
5. Op vergelijkbare manier worden dmv het Bissectrices commando de drie bissectrices getekend. Geogebra tekent ook de buitenbissectrices als twee lijnen worden aangewezen. Maak die buiten bissectrices direct onzichtbaar.
Als 3 punten worden aangewezen tekent Geogebra alleen de binnenbissectrice
Bepaal het snijpunt van de 2 bissectrices, teken daarna pas de 3e, demonstreer door ABC de veranderen dat deze eigenschap hetzelfde blijft, zet er een tekst bij en definieer een aanvinkvakje om de lijnen uit te kunnen zetten.
6. Zo ook voor de middelloodlijnen. Het is niet nodig daarvoor het midden van AB, BC en AC te tekenen, het Middelloodlijn commando kan direct uitgevoerd worden op de punten A en B.
7. Voor de zwaartelijnen bestaat geen commando. Teken het midden P van AB met het Midden commando (klik direct op de lijn) en teken daarna een lijn door A en door P. Even zo een lijn door B en het midden Q van BC. enz.

En nu kan de klas aan de gang met de vraag: wat voor samenhang zie je tussen die 4 snijpunten als je A, B en C van plaats veranderd.

8. Als één keer is gevonden dat M, Z en H op één lijn liggen kan de stap naar de verhouding 2:1 ook gezet worden. Twee cirkels (zie beginfiguur) verduidelijken dat verband.

Voorbeeld II-10: Geometrische plaats (Locus)

Resultaat:



Gebruikte iconen:



Werkwijze:

Met Geogebra kunnen geometrische plaatsen heel snel verduidelijkt worden.

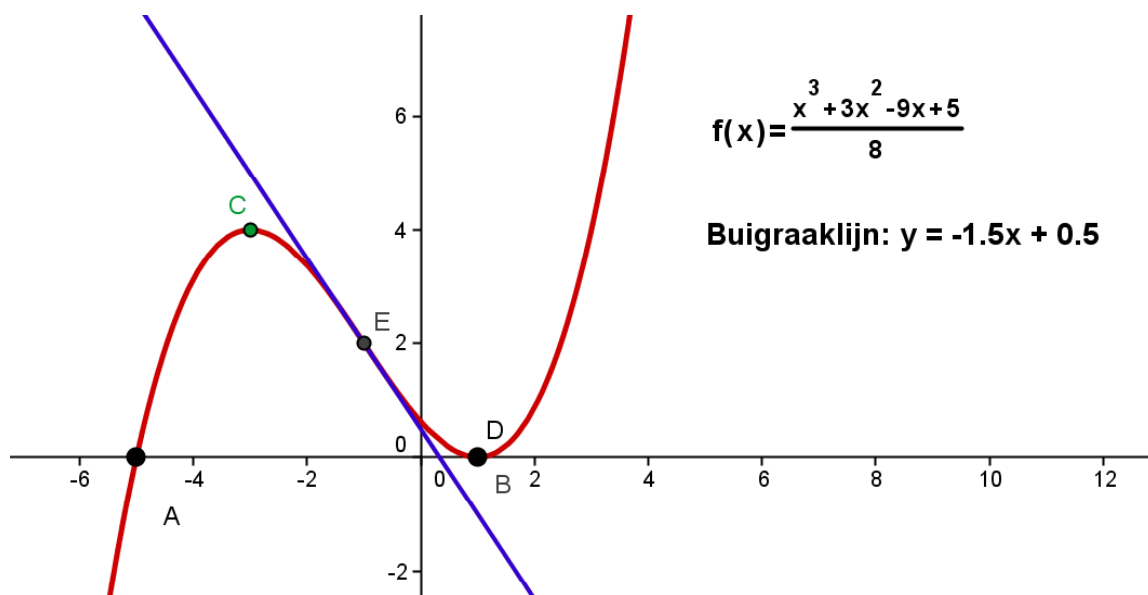
1. Teken een lijn door 2 punten (de richtlijn) en teken een punt. (het brandpunt)
2. Zet een willekeurig punt op de richtlijn, teken de loodlijn en teken de middelloodlijn op de verbindinglijn tussen het vrij gekozen punt en het brandpunt.
3. Markeer het snijpunt. Zet optie Trace aan en demonstreer dat dit punt een bepaalde baan aflegt.
4. Gebruik de icoon Meetkundige plaats: klik eerst op het eindpunt en daarna op het startpunt. Geogebra tekent nu de geometrische plaats van alle punten met gelijke afstand tot het brandpunt en de richtlijn. Stel kleuren in voor een mooi plaatje.

Het is een aardige puzzel om te oefenen op de geometrische plaats punt-rechthoek, punt-cirkel, lijn-cirkel enz.

Vooraf lijnsegment-lijnsegment is erg lastig.

Voorbeeld II-11: Directe invoer van functies en functie commando's

Resultaat:



Werkwijze:

1. Klik rechts op het tekenveld en kies voor Assen aan.
Maak het Algebra venster zichtbaar met Ctrl-Shift-A of via de opties in de menubalk bij Beeld.
2. Voer op de commandoregel in: $(x^3 + 3x^2 - 9x + 5)/8$ (Een spatie is vermenigvuldiging!)
3. Stel eigenschappen als kleur en dikte in.
4. Zet het functievoorschrift erbij door een (verplaatsbare) tekst in te voegen: "f(x)= "+f
5. Laat de nulpunten A en B tekenen met het commando nulpunten[f]
(Geogebra vult het commando automatisch aan)
6. Geef de extrema C en D weer door het commando extrema[f]
7. Geef het buigpunt E weer door het commando buigpunten[f]
8. In E (of in een ander punt) kan Geogebra de raaklijn tekenen met raaklijn[E,f]
9. Kies voor label=Naam+waarde en het functievoorschrift verschijnt. $y = -1,5x + 0,5$
Veel mooier gaat dat met: Tekst invoegen: "Buigraaklijn: " + a

Geogebra kan formules vrij aardig weergeven maar er zijn manieren om de layout te verbeteren. Eén ervan is om aan te vinken dat de layout volgens LaTeX opgemaakt moet worden.

Zónder LaTeX aan te vinken zien we:

$$f(x) = (x^3 + 3x^2 - 9x + 5) / 8$$

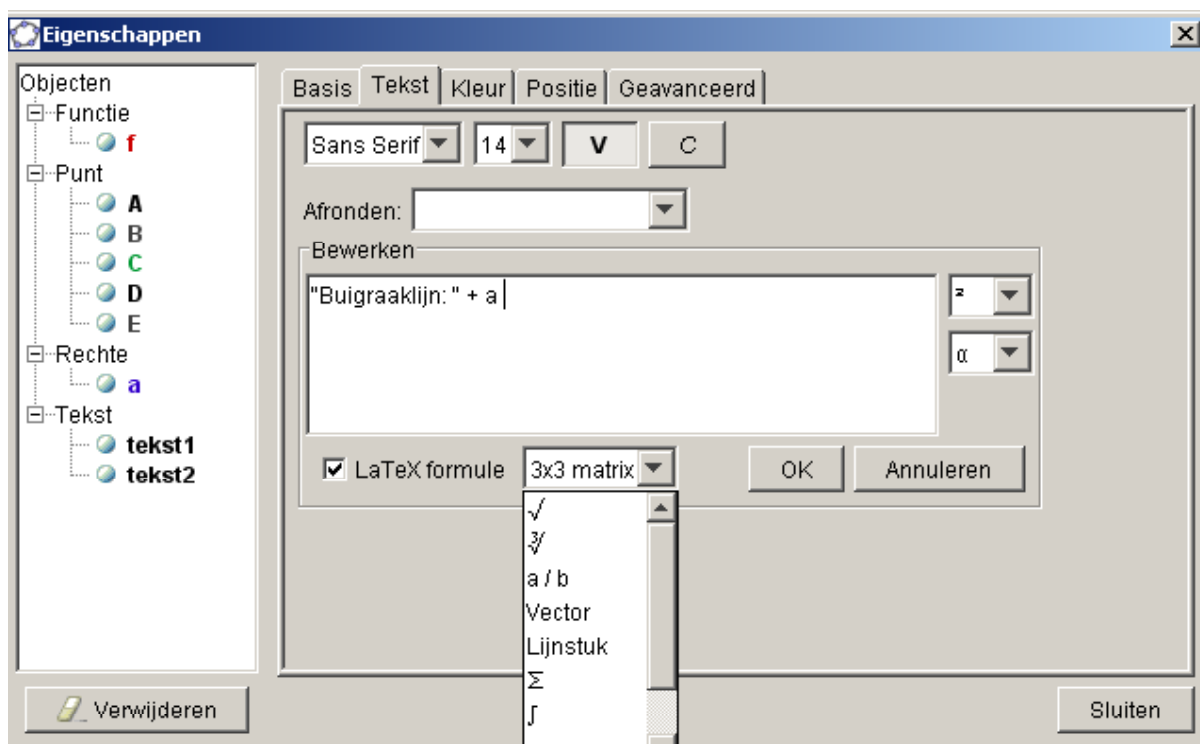
Mét Latex aangevinkt wordt het:

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - 9x + 5}{8}$$

LaTeX is wel wat eigenzinnig: een spatie moet bijvoorbeeld als een apart LaTeX teken worden ingevoerd. Er is een dropdown lijstje met vaak voorkomende commando's.

Met een Online LaTeX editor wordt het beslist eenvoudiger. probeer b.v. eens:

<http://www.numberempire.com/texequationeditor/equationeditor.php>



Er bestaan nog allerlei andere commando's waarmee de opmaak gewijzigd kan worden zoals Simplify[f] of Vereenvoudig[f]

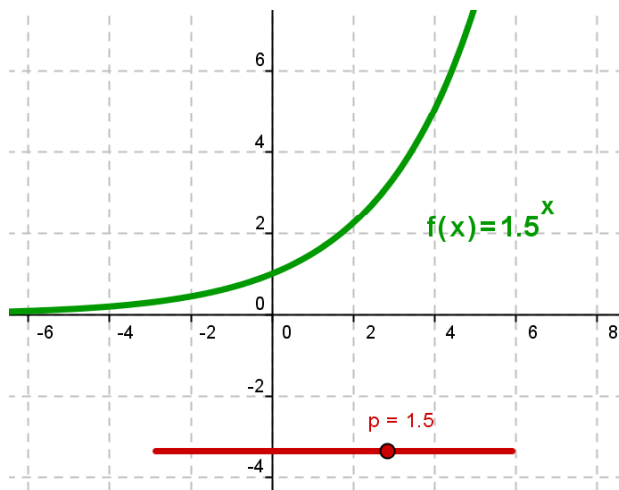
(De Engelse commando namen zijn vaak gemakkelijker te onthouden dan de Nederlandse vertaling ervan....)

Deze commando's lenen zich niet voor het direct op het bord zetten van functievoorschriften.

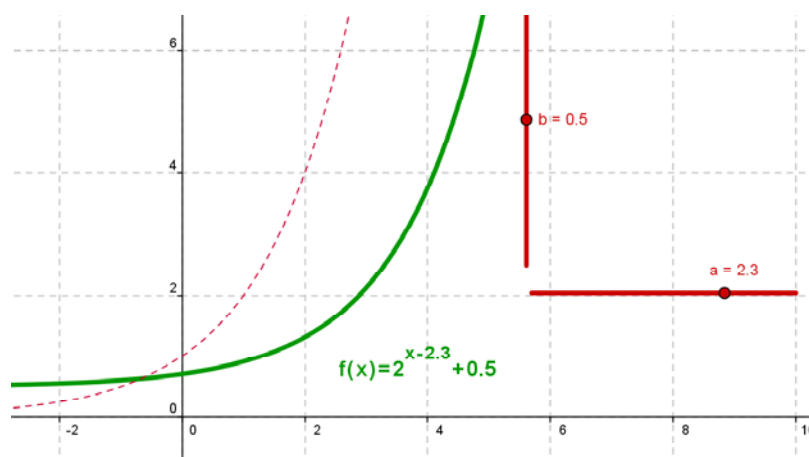
Voorbeeld II-12: Het verschuiven van grafieken

Resultaat:

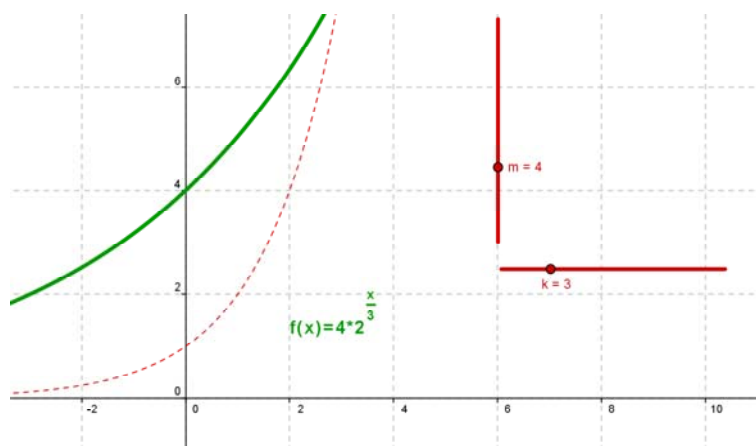
a.



b.



c.



Werkwijze:

1. Definieer een Schuifregelaar a.
2. Voer een exponentiële functie in: $f(x) = a^x$ (Voer in: a^x)
3. Voer een tekst in: " $f(x)$ " + f (Vink LaTeX aan en maak desgewenst wat groter en **vet**)
4. Stel kleur en lijndikte van de functie in.
5. Demonstreer het effect van a.

6. Definieer twee Schuifregelaars a en b. Geef b de eigenschap "verticaal". Stel in: a=1, b=0
7. Wijzig f(x) in: $f(x) = 2^x$
8. Voer een tweede functie in: $g(x) = b + 2^{(x-a)}$ Voer een tekst in: " $g(x)$ " + g
9. Demonstreer de translatie van de functie f(x).

10. Voer twee Schuifregelaars in k (horizontaal, k=1) en k (verticaal, k=1)
11. Pas f(x) en g(x) aan: $f(x) = 2^x$ $g(x) = m \cdot 2^{x/k}$ met g(x)=m spatie $2^{(x/k)}$
12. Demonstreer hoe de asymptoot verandert door de vermenigvuldiging van de functie.

13. Op dezelfde manier kan het verschuiven van een kwadratische functie of een logaritmische functie gedemonstreerd worden.
Let op: de naamgeving van logaritmische functies komt in Geogebra niet overeen met de Nederlandse conventies...
 - de natuurlijke logaritme $f(x) = \ln(x)$ maar vreemd genoeg ook $f(x) = \log(x)$
 - de logaritme met grondtal 2 $f(x) = \lg(x)$
 - de logaritme met grondtal 10 $f(x) = \lg(x)$

III. Geogebra op het web: applets

Bij de laatste oefeningen kwamen we al in de buurt van complexiteit die niet altijd werkbaar is in de alledaagse drukte van een klas.

Geogebra leent zich er ook uitstekend voor om allerlei wiskundige demonstraties van te voren voor bereid te hebben en in de klas te demonstreren. En natuurlijk lenen zulke demonstraties zich ook goed voor het plaatsen op een ELO of op een website.

Maar een Geogebra bestand kan een ander pas gebruiken indien die gebruiker ook Geogebra geïnstalleerd heeft. Het grote voordeel van Dynamische Werkblad (= applet, = HTML pagina) is dat het bestand door elke webbrowser kan worden weergegeven. (Behalve op iPad en Android)

Voor het maken van applets is naast het gebruik van Geogebra ook enige ervaring vereist met een HTML-editor en bekendheid met het uploaden naar een ELO of website.

De voorbeelden/oefeningen:

1. Het opslaan en exporteren van een Geogebra bestand
2. Het openen van Geogebra bestanden op internet
3. Afbeeldingen in Geogebra: plaatsen, vervormen en zichtbaarheid
4. Lijnspiegeling en translatie over een vector
5. Het gebruik van titels
6. Het maken van random oefeningen: lijnformules
7. Parametrische functies in Geogebra:
8. Advanced functie commando's I in Geogebra
9. Advanced functie commando's II in Geogebra

Voorbeeld III-1: Het opslaan en exporteren van een Geogebra bestand:

Daarvoor zijn twee mogelijkheden:

I. Saven als .GGB	Voor “eigen” archief	
	Voor direct gebruik in de les (b.v. op Digibord)	
	Voor upload naar een ELO	<u>Nadeel</u> De leerling moet Geogebra via Webstart eenmalig geïnstalleerd hebben of de ELO moet een Geogebra filter kennen
II. Exporteren als Dynamisch Werkblad	Voor upload naar een ELO of internet	<u>De voordelen</u> <ul style="list-style-type: none"> - De gebruiker hoeft niets te installeren - Heeft toch het volledige gebruik over Geogebra - Geogebra opent door op de applet te klikken

I. Bij het maken van een applet is het verstandig regelmatig te Saven. Tijdens het maken van een applet slaan we de voorlopige versies altijd op als een **.GGB** bestand. Zo'n applet kan op een USB stick meegenomen worden naar de klas en op elke PC opnieuw geopend worden, mits uiteraard daar Geogebra is geïnstalleerd. Maar precies daarom leent dit formaat zich niet goed om via een ELO gepubliceerd te worden. De gebruiker móet immers Geogebra geïnstalleerd hebben.

II. Veel algemener bruikbaar is de mogelijkheid om te Exporteren als Dynamisch Werkblad of te wel om op te slaan als **.HTML** bestand. Er kunnen dan op het tabblad Geavanceerd verschillende parameters ingesteld worden.

De verschillende aanvinkmogelijkheden op het tabblad Geavanceerd met betrekking tot Functionaliteit en GebruikersInterface.

- I.** Zorg dat de optie “ggb Bestanden& jar Bestanden” is **uitgevinkt**. Dit is een speciale optie voor Advanced Users die eigen sites beheren.



De belangrijkste keuze die gemaakt moet worden is of Geogebra moet opstarten als er op de applet wordt dubbel geklikt. Soms is dit heel handig, namelijk als de leerling zelf met de applets iets moet gaan doen zoals extra lijnen, cirkels en overige constructie elementen moet gaan toevoegen. Vaak is het onhandig, bijvoorbeeld bij het gebruik van een applet voor de klas. Per ongeluk dubbelklikken start dan Geogebra ongewenst op.

- II.** Als “*Toepassingsvenster openen door dubbelklikken*” is **uitgevinkt**. De leerling kan uitsluitend iets doen met de applet zoals die hem wordt aangeboden. Daarvoor zijn dan weer verschillende mogelijkheden.

- A.** De volledige Gebruikersinterface rechts is **aangevinkt**.

De gebruiker ziet de volledige Menubalk, Werkbalk en Invoerveld.

- Als óók de optie “*Opslaan, Afdrukken*” is **aangevinkt** dan beschikt de gebruiker via de applet over alle mogelijkheden van Geogebra. Dit zou een goede instelling kunnen zijn voor een meetkundige applet waarin we door de leerling een constructie laten maken, met de mogelijkheid om op te slaan en af te drukken.
- Als de optie “*Opslaan, Afdrukken*” is **uitgevinkt** dan beschikt de gebruiker via de applet over beperkte mogelijkheden van Geogebra. Je kunt de constructie dan wel wijzigen of uitbreiden maar het resultaat niet opslaan! Dit is een instelling die niet erg zinvol is.

- B.** De volledige Gebruikersinterface rechts is **uitgevinkt**.

De leerling heeft nu geen enkele mogelijkheid om iets te wijzigen.

Dit is een goede instelling voor bijvoorbeeld de applet “*gerandomiseerde lijnformules*” waarin door de maker alle functionaliteit in de applet is verwerkt.

De leerling hóeft niets meer toe te voegen. En dat openen bij per ongeluk dubbelklikken is alleen maar verwarrend.

- III.** Als “*Toepassingsvenster openen door dubbelklikken*” is **aangevinkt**.
De leerling kan iets doen met de applet zoals die hem wordt aangeboden.

Gebruiksmogelijkheden van de applet

Net zoals boven beschreven zijn er weer twee mogelijkheden.

- A.** De volledige Gebruikersinterface rechts is **aangevinkt**.
De gebruiker ziet de volledige Menubalk, Werkbalk en Invoerveld.
- Als óók de optie “*Opslaan, Afdrukken*” is **aangevinkt** dan beschikt de gebruiker via de applet over alle mogelijkheden van Geogebra.
 - Als de optie “*Opslaan, Afdrukken*” is **uitgevinkt** dan beschikt de gebruiker via de applet over beperkte mogelijkheden van Geogebra. Je kunt niet opslaan!
Dit is een instelling die niet erg zinvol is.

Gebruiksmogelijkheden in de Geogebra:

Maar de leerling kan óók iets doen met het ‘achterliggende’ Geogebra bestand want door te dubbelklikken opent Geogebra het bestand. (zonder zich op de PC te installeren).

Nu maakt het niets uit of nu wel of niet de Menubalk is aangevinkt. Die is immers in Geogebra toch al aanwezig.

Maar merkwaardig genoeg –(het heeft met beveiliging te maken) maakt het wél uit of de *Opslaan, Afdrukken*” is **aan** of **uitgevinkt**.

In het laatste geval kan Geogebra namelijk niet meer opslaan!

Conclusie: áls we openen door te dubbelklikken toestaan moet óók de optie *Opslaan, Afdrukken*” worden **aangevinkt**.

Voorbeeld III-2: Het openen van Geogebra bestanden op internet

Een .ggb bestand kan uiteraard alleen geopend worden als de lokale PC het herkent als een Geogebra bestand. De optie Exporteren als .HTML bestand is veel flexibeler.

Internet is een rijke bron van voorbeelden en wie zelf applets gaat schrijven wil al snel de Geogebra bestanden van anderen kunnen openen. Hieronder de methode om Geogebra bestanden te openen:

Methode 1:

Een applet kan zo zijn ingesteld dat bij dubbelklikken Geogebra start mét het betreffende bestand en mét alle functies zoals offline opslaan als .ggb bestand.

Methode 2:

Als de optie “Opslaan, Afdrukken” is **uit**gevinkt en/of als de optie “Toepassingsvenster openen” is **uit**gevinkt kan het achterliggende Geogebra bestand nog steeds geopend worden door het .HTML bestand lokaal op te slaan, Geogebra te starten en met Geogebra dat HTML bestand te openen.

Daarna kan weer gewoon als .ggb gesaved worden.

Een mooie applet kan dus altijd door anderen weer verder bewerkt worden.

Methode 3:

Er zijn HTML bestanden waar deze methode niet lukt. Klik rechts buiten het Geogebra venster en kijk in de code. Kijk b.v. eens naar de code van

<http://www.vandeven.nl/Wiskunde/D/vectorvoorstelling.html>

In de code staat na even zoeken:

```
<param name="filename" value="http://www.vandeven.nl/Wiskunde/D/vectorvoorstelling.ggb">
```

De .HTML pagina roept een .GGB bestand aan. De naam en locatie van dat bestand is gespecificeerd in param name="filename" value="./

Selecteer en kopieer dat laatste stukje en plak het achter de url in de browser. Dus

<http://www.vandeven.nl/Wiskunde/D/vectorvoorstelling.ggb>

Na Enter vraagt de browser nu om openen of save.

Zo slaat u direct een .ggb op. Dat wordt meestal opgeslagen als een .ZIP bestand!

Hernoemen tot .ggb en daarna met Geogebra openen of direct met Geogebra openen!)

Methode 4:

Soms faalt methode 2 doordat de HTML pagina later bewerkt is en Geogebra de pagina niet direct kan openen. In dat geval zien we een prachtige applet, vragen ons af hoe het is gedaan maar kunnen niet in b.v. het algebra window kijken of in het constructievoorschrift.

Open dan met rechtsklikken het .HTML bestand in Notepad. Zoek in dat bestand naar de parameter die de toegang regelt en verander de waarde van false in true.

Dus: param name="framePossible" value="true" (Voeg deze regel toe als deze ontbreekt!)

Let op: verder niets wijzigen!

Sla vanuit Notepad op als test.html op de Desktop en open dit bestand later met Explorer.

Nu kan wél door dubbelklikken het Geogebra bestand geopend worden.

Voorbeeld III-3: Afbeeldingen in Geogebra: plaatsen, vervormen en zichtbaarheid

Resultaat:



Werkwijze:

1. Teken de punten A, B en C.
2. Voeg een afbeelding toe met het Insert Picture icoon.
3. Klik met rechts op de afbeeldingen en stel eerst Hoekpunt 1 = A in.
4. Onderzoek het resultaat door A een beetje te verplaatsen.
5. Zet nu hoekpunt 2 vast op punt B en onderzoek het resultaat.
6. Zet als laatste ook hoekpunt 3 vast op punt C en onderzoek het resultaat.

Basis	Stijl	Positie	Geavanceerd
Hoekpunt 1: A			
Hoekpunt 2: B			
Hoekpunt 4: C			

7. Voeg een Schuifregelaar n toe, lopend van 0 naar 5 in stappen van b.v. 0.1
8. Klik rechts op de afbeelding en stel de zichtbaarheid als volgt in:
(Er kan via het dropdown menu uit een grote hoeveelheid voorwaarden gekozen worden. Vrijwel elke expressie en combinatie van expressies is mogelijk.
Vaak voorkomend is zichtbaarheid als b.v. $n=2$ én $n=5$. Voer dat in als $n==2 \wedge n==5$)

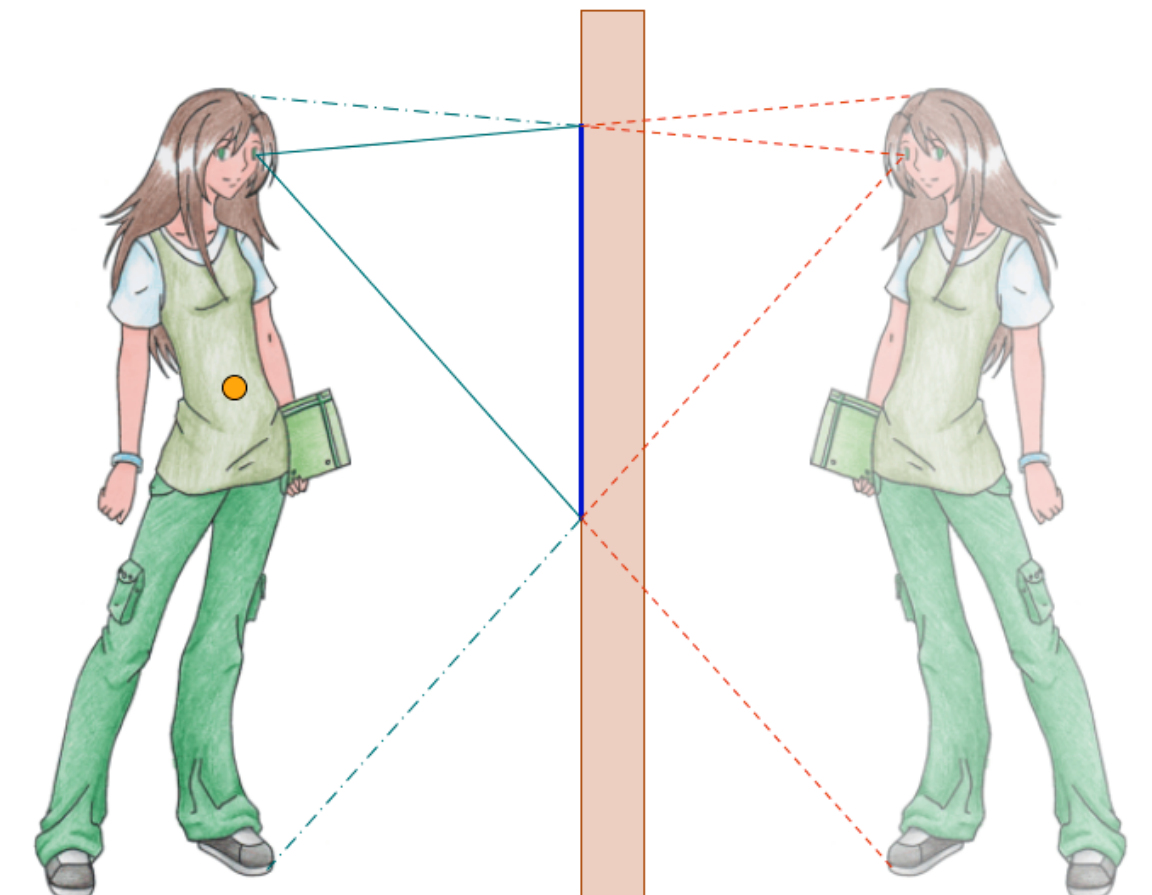
Basis	Stijl	Positie	Geavanceerd
Voorwaarde om object te tonen			
$n \leq 3$			
\leq			
α			

9. Onderzoek met de Schuifregelaar de zichtbaarheid van de afbeelding.

Voorbeeld III-4: Lijnspiegeling en translatie over een vector

Resultaat: Een applet die dynamisch demonstreert hoe groot een wandspiegel moet zijn om jezelf te kunnen zien.

Hoe groot moet een wandspiegel zijn om jezelf nog helemaal te kunnen zien?



Gebruikte iconen:

		
Vector tussen 2 punten	Verschuiving over vector	Lijn- spiegeling

Stap 1: Het invoegen en fixeren van een image

- Voer op de opdrachtregel in: $O=(0,0)$ en $A=(5,0)$ en fixeer punt O en A
- Voeg een image in:
Haal deze eerst op via <http://www.vandeven.nl/Images/Spiegelmeisje.gif> en sla tijdelijk op het Bureaublad op.
Voeg nu deze afbeelding in. Klik eerst op punt O, blader daarna voor de afbeelding naar het Bureaublad en klik op Spiegel meisje
- Fixeer deze afbeelding door:
Eigenschappen, Positie, Hoekpunt 1 = O, Hoekpunt 2 = A
- Maak O en A onzichtbaar

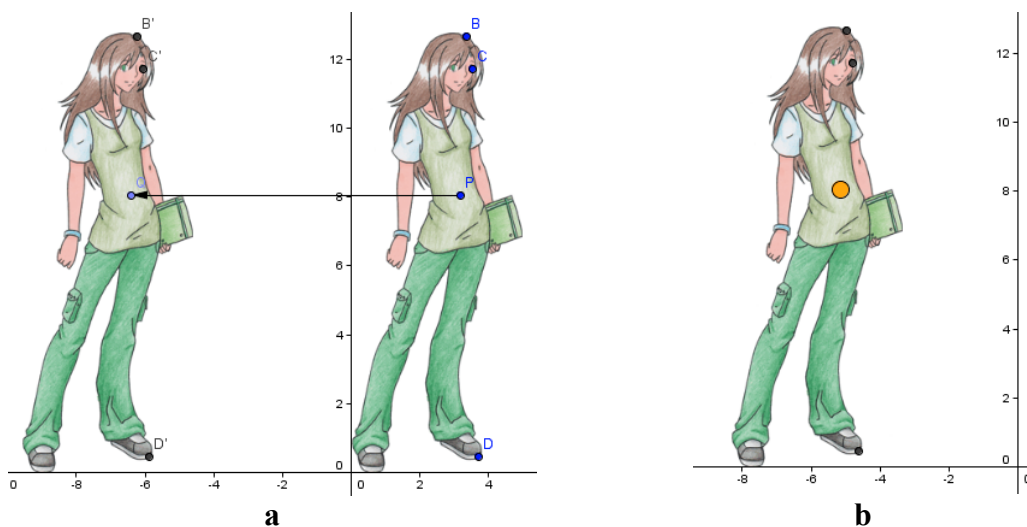
Resultaat: Ons meisje is nu gefixeerd op punt O en A

Stap 2: Het definiëren van essentiële punten:

- Plaats een punt in haar lichaamsmiddelpunt. (Her)noem dit punt tot P
- Plaats ook een punt in haar ene oog, op het uiterste puntje van haar voet, op het bovenste puntje van haar hoofd.

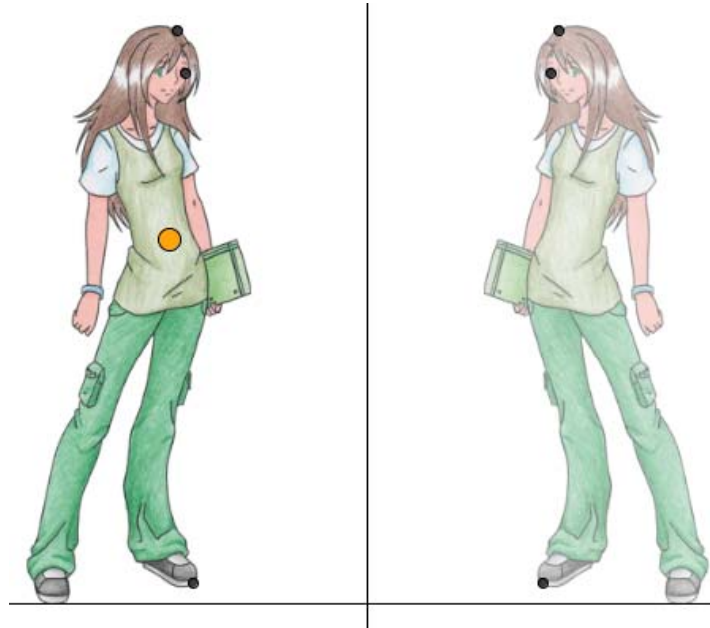
Stap 3: Verplaatsbaarheid dmv een vector

- Definieer een horizontaal lijnstuk ter hoogte van punt P door op de opdrachtregel in te voeren:
Lijnstuk[(-10,y(P)) , (-2,y(P))] (De spaties zijn niet nodig maar illustreren de syntax van het lijnstuk commando)
- Plaats een punt Q links van het meisje op dit lijnstuk. Maak het lijnstuk onzichtbaar.
- Teken een vector tussen P en Q met het vectorcommando. Wijs eerst P aan, daarna Q
- Definieer nu een verschuiving van de afbeelding over deze vector.
Wijs als object het meisje aan, daarna de vector.
Wijs ook haar oogpunt aan, daarna de vector.
Zo ook voor haar voetpunt en hoofdpunt. .Zie illustratie a
- Maak nu de vector, het originele meisje, originele voetpunt, oogpunt en hoofdpunt onzichtbaar.
- Maak punt Q groot, geel, zonder label. Zie illustratie b



Stap 4: De spiegel en spiegeling

- Definieer de spiegelas $x=0$
- Maak mbv het Lijnspegeling kommando een gespiegelde kopie van het meisje. Wijs daarbij eerst het meisje aan, daarna de spiegel-as.
- Maak het spiegelbeeld minder scherp bij eigenschappen door: Eigenschappen, Stijl, Vulling 75
- Spiegel ook haar hoofdpunt, oogpunt en voetpunt.
- Controleer dat de spiegeling het origineel volgt bij het verplaatsen

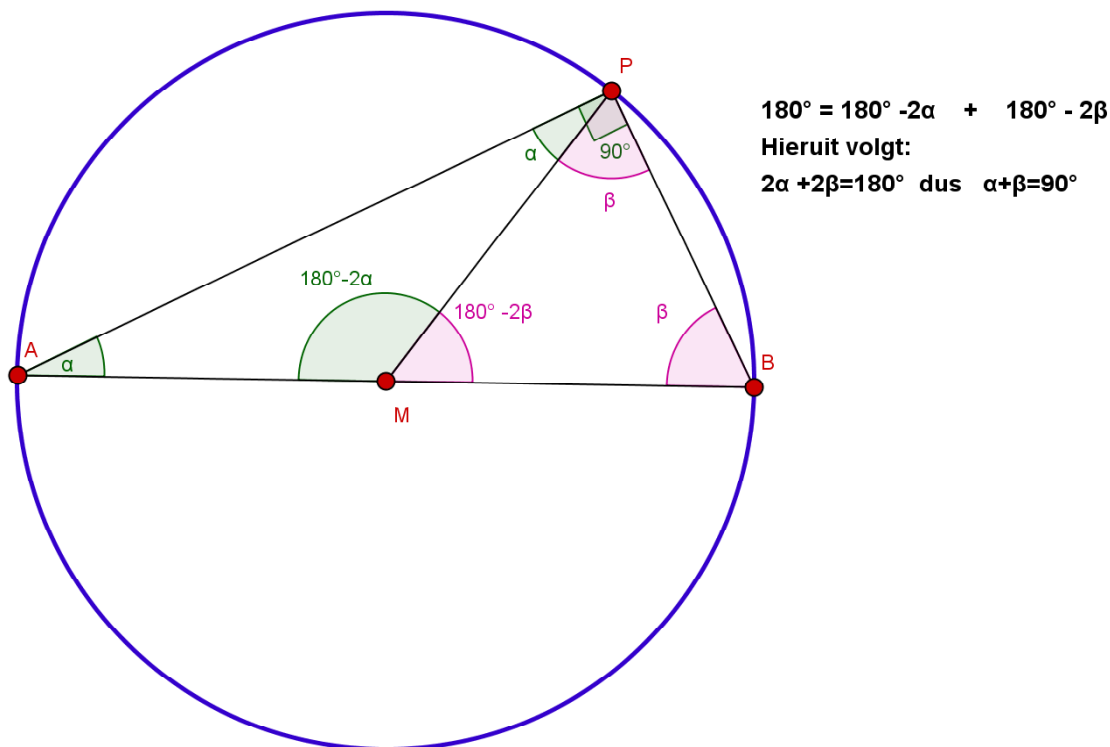


Stap 5 Het tekenen van de lichtstralen

- Maak mbv een veelhoek een “muur”
- Teken nu lijnen van oogpunt naar gespiegeld voetpunt en hoofdpunt.
- De snijpunten van deze lijnen met de muur vormen de “spiegel” met zodanige grootte dat het meisje zichzelf nog net kan zien.
- Plaats een titeltekst en Exporteer als dynamische HTML pagina.

Voorbeeld III-5: Het gebruik van titels

Resultaat:



In plaats van namen en/of waarden kan Geogebra bij objecten ook een titel plaatsen. Dat is erg handig bij bewijzen. Hierboven zonder verdere toelichting de stelling van Thales. Naast het veelvuldige gebruik van titels bij alle objecten is er ook een tekst ingevoerd. De constructie blijft dynamisch. Punt P kan over de omtrek worden bewogen.

Basis	Kleur	Stijl	Markering	Geavanceerd
Naam:	ε			α
Definitie:	Hoek[B, M, P]			α
Titel:	180° - 2β			β
<input checked="" type="checkbox"/> Object tonen				
<input checked="" type="checkbox"/> Label tonen:	Titel			

Voorbeeld III-6: Het maken van random oefeningen: lijnformules

Auteur: Jan Manders jmfmanders@zomet.nl
Bewerking: P.G. van de Veen

Resultaat: Een voor elke leerling unieke gerandomiseerde opgave.

Gebruikte commando's:

ToevalsgetalTussen[*min*, *max*], Als[*dit*, *dan*, *anders*], Helling[...], Tekst, Aanvinkvakje, Opmaak en Exporteren.

Om random oefeningen te kunnen maken is het commando ToevalsgetalTussen[*min*, *max*] handig. In het Engels is het RandomBetween[*min*,*max*].

Tussen de rechte haken geef je de grenzen (inclusief) aan.

Soms is het handig om het getal 0 te vermijden.

Daarvoor gebruiken we het 'als[*dit*, *dan*, *anders*]'-commando.

Sla het werk na elke opdracht op via 'Bestand' en 'Opslaan als'!

Opdracht 1

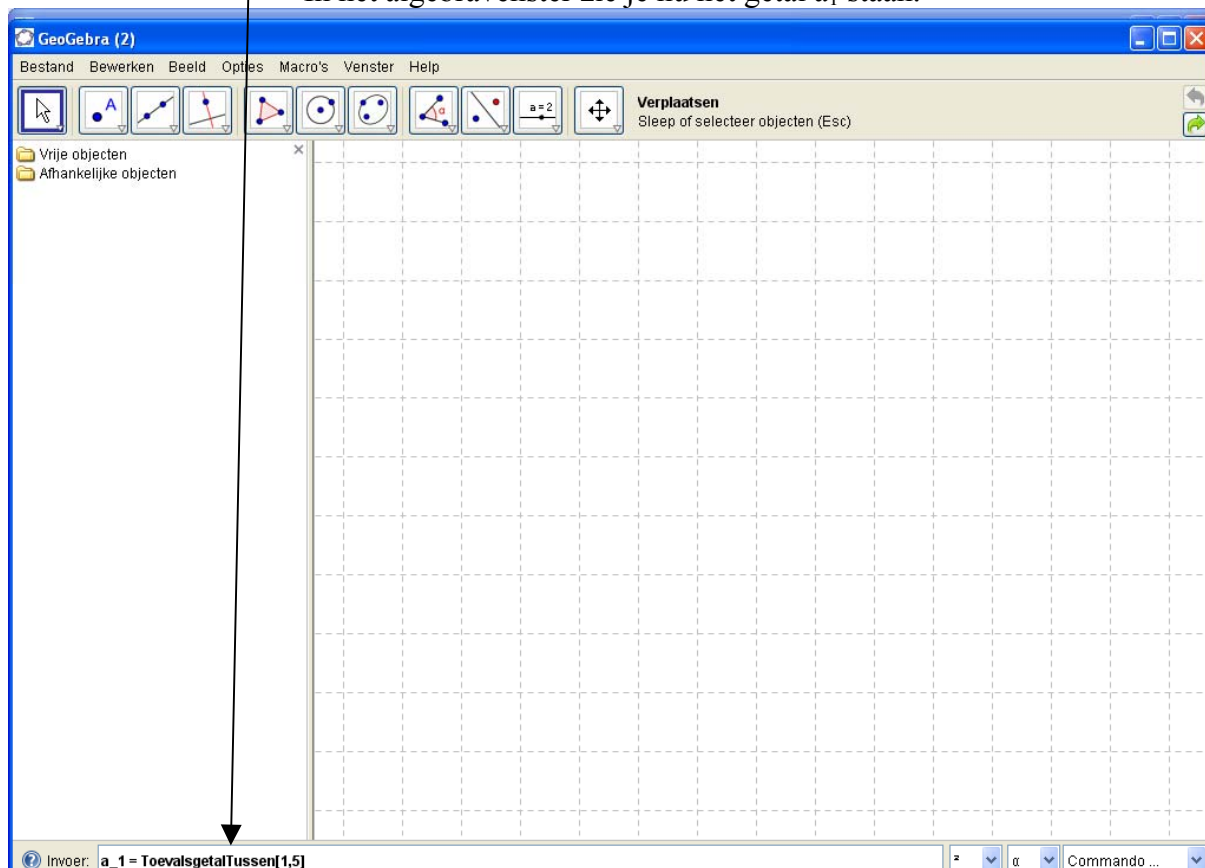
Eerst maken we een positief toevalsgetal a_1 tussen 1 en 5.

Type in het invoerveld:

$a_1 = \text{ToevalsgetalTussen}[1,5]$ of $a_1 = \text{RandomBetween}[1,5]$ en druk op Enter.

(Om a_1 te krijgen moet je intypen a_1)

In het algebravenster zie je nu het getal a_1 staan.



Opdracht 2

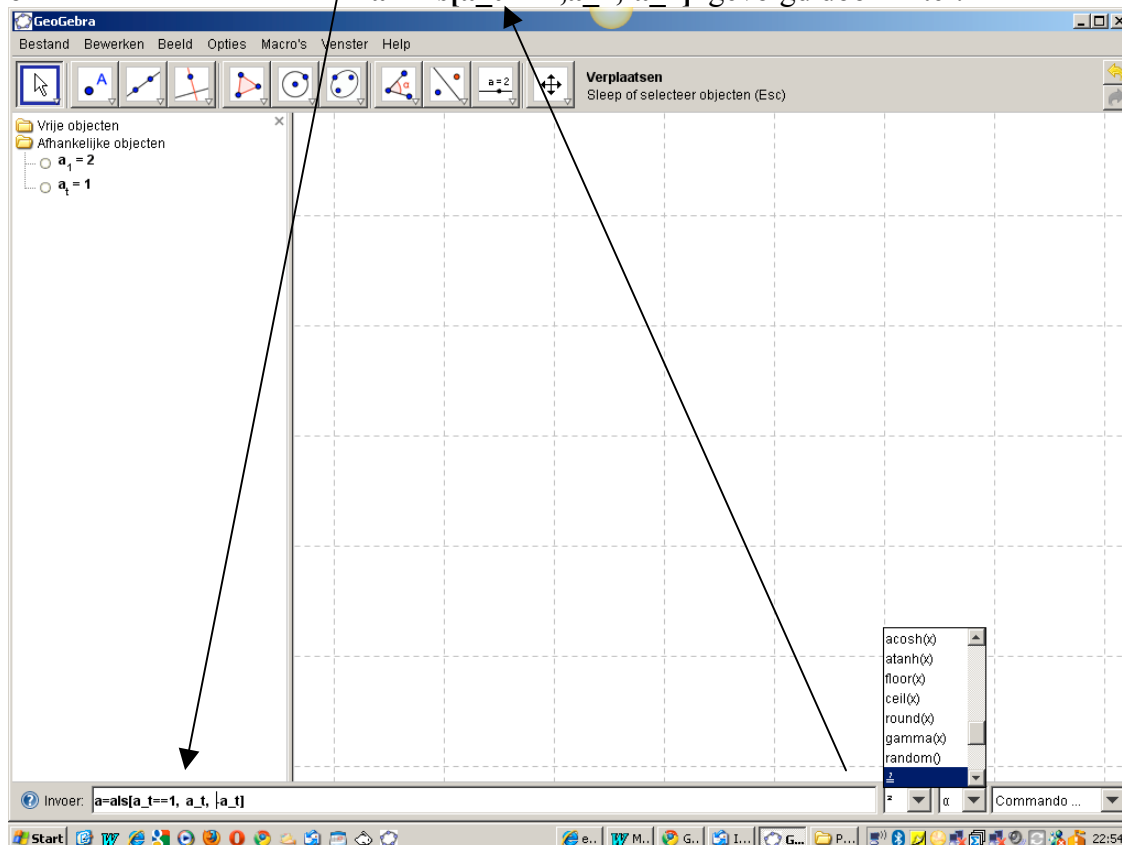
Maak een toevalsgetal a_t dat maar twee waarden kan hebben.

Van a_t (a-teken) hangt af of het getal a negatief of positief is.

Type in het invoerveld: $a_t = \text{ToevalsgetalTussen}[1,2]$, druk op Enter en in het algebravenster verschijnt ook a_t .

Opdracht 3

In het invoerveld typen we: $a = \text{Als}[a_t = 1, a_1, -a_1]$ (twee maal een = teken!)
of
 $a = \text{Als}[a_t \neq 1, a_1, -a_1]$ gevolgd door Enter.



Resultaat: als $a_t = 1$ wordt a positief en als $a_t = 2$ wordt a negatief.

Opdracht 4

Maak op dezelfde manier de toevalsgetallen b_1 , b_t en b .

Opdracht 5

Voer de volgende formule in het invoerveld in: $y = a x + b$ gevolgd door Enter. (let op de spatie tussen a en x: die betekent 'keer'.)

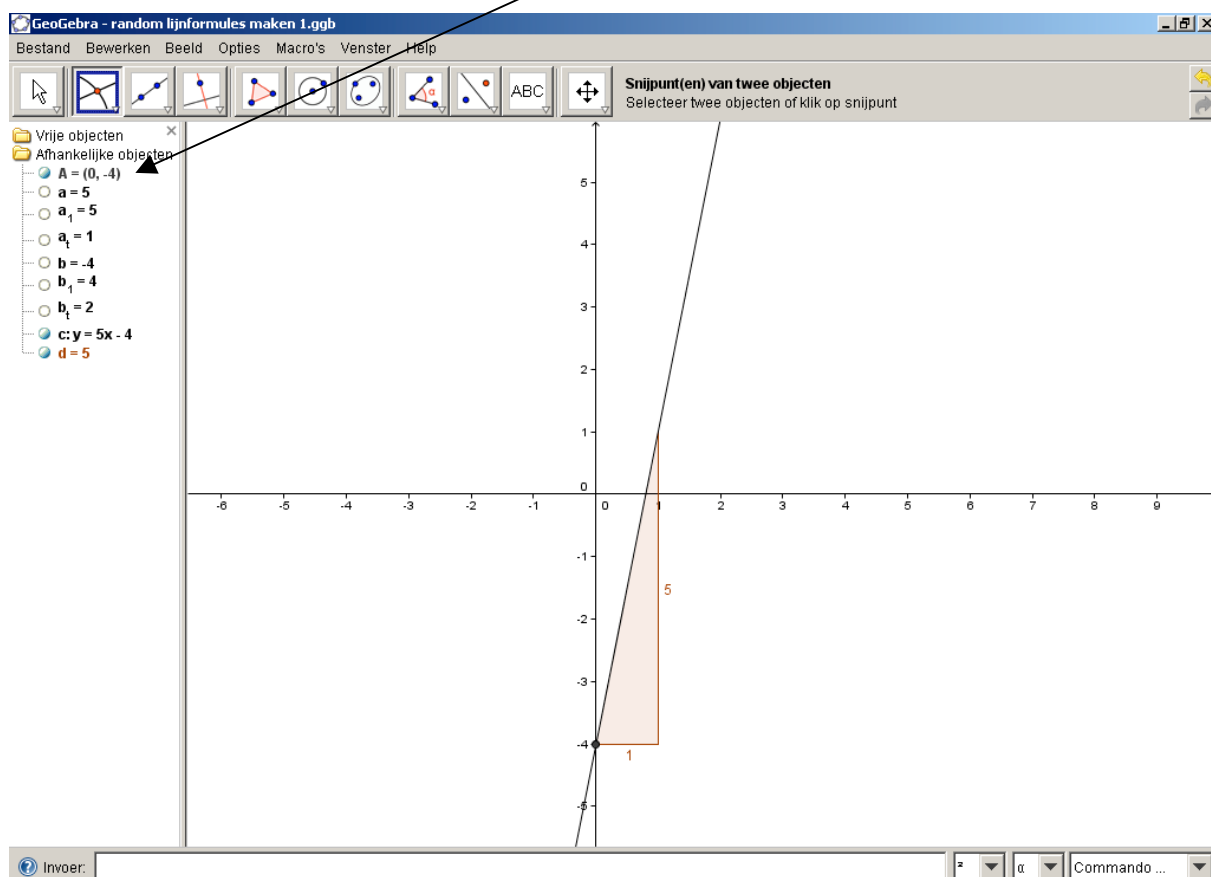
In het algebravenster wordt aan deze formule een letter toegekend.

Je ziet bijvoorbeeld $c: y = -4x + 3$.

In het assenstelsel verschijnt de grafiek van deze formule.

Opdracht 6

- De volgende stap is het zichtbaar maken van de richtingscoëfficiënt:
Type in: $\text{Helling}[c]$, druk op Enter en in het algebrafenster verschijnt in een andere kleur de waarde van de rico bijvoorbeeld als: $d = 2$.
In het assenstelsel wordt de ricodriehoek in dezelfde kleur zichtbaar.
- In het *algebrafenster* rechtsklikken we op de rico en kiezen 'Eigenschappen', vervolgens 'Basis', dan op 'Label tonen' en in het uitrolmenu op 'Waarde' en tot slot op 'Sluiten'. Het resultaat is dat de lengtes van de lijnstukken er dan in het assenstelsel bij komen te staan. Standaard staat er 1 naar rechts en de rico verticaal.
- Maak het snijpunt van de lijn met de y-as zichtbaar d.m.v. het snijpunt_icoon in de menubalk. Klik op de lijn en dan op de y-as en het snijpunt verschijnt.
In het algebrafenster zie je dat het punt A wordt genoemd.



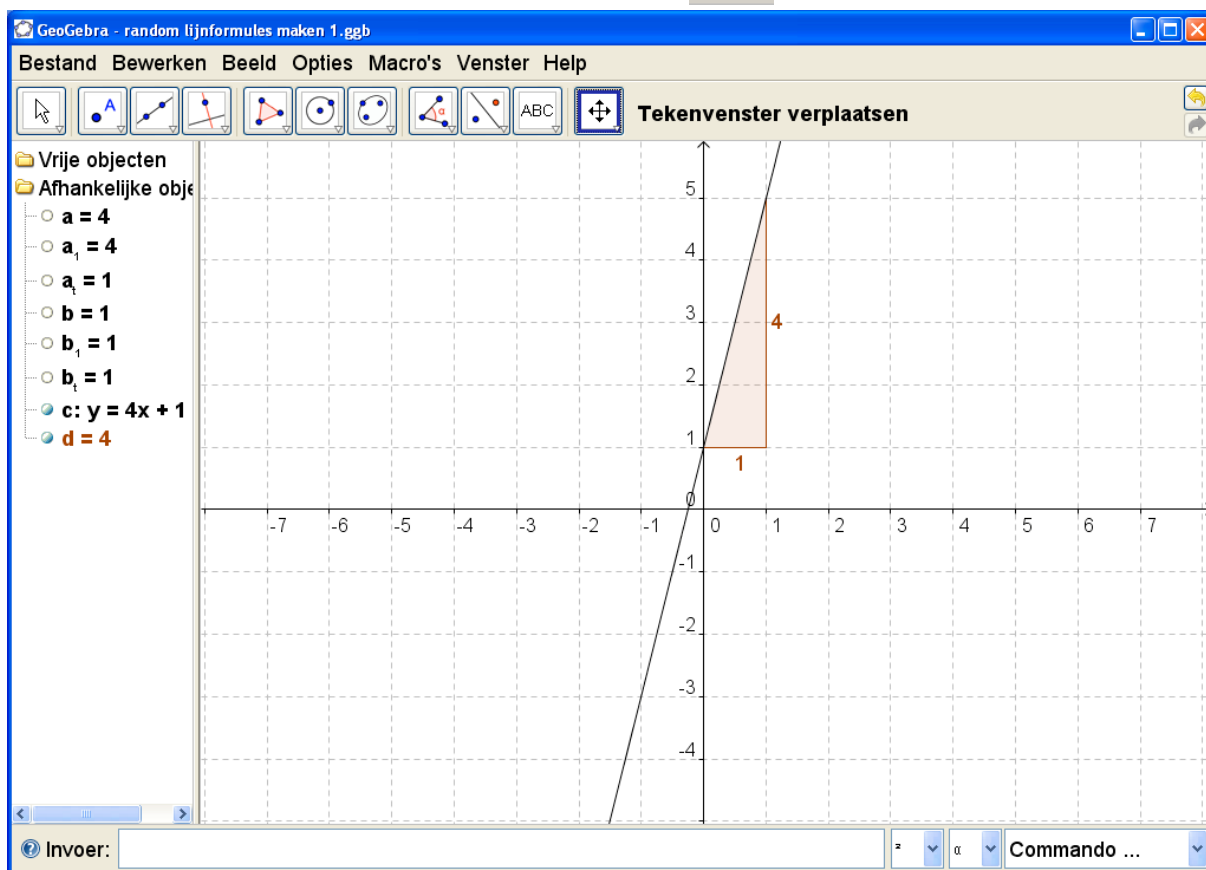
Je krijgt dan bovenstaand tussenresultaat.

De oefening wordt nog "opgeleukt" en zo gemaakt dat leerlingen lijnformules random kunnen oefenen.

Opdracht 7

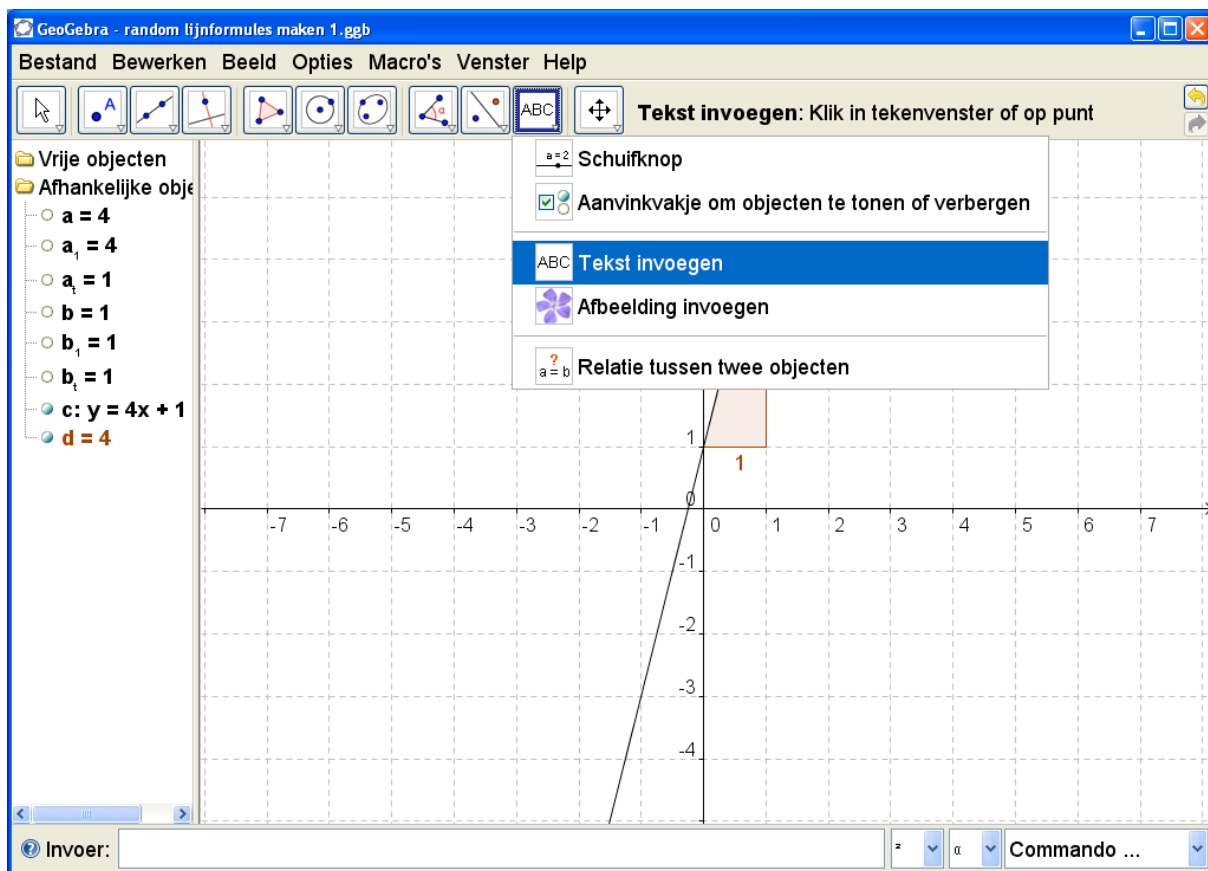
- Eerst gaan we naar 'Opties', 'Lettergrootte' en stellen de lettergrootte in op bijvoorbeeld 18. De letters en labels die Geogebra plaatst zijn nu wat groter zodat ze ook op een digiboard te lezen zijn.
- Verder is het handig dat het assenstelsel te zien is tussen -5 en 5.

Daartoe verplaatsen we het tekenvenster mbv het  icoon



Opdracht 8

We gaan tekst invoegen d.m.v. het teksticoon in de menubalk.



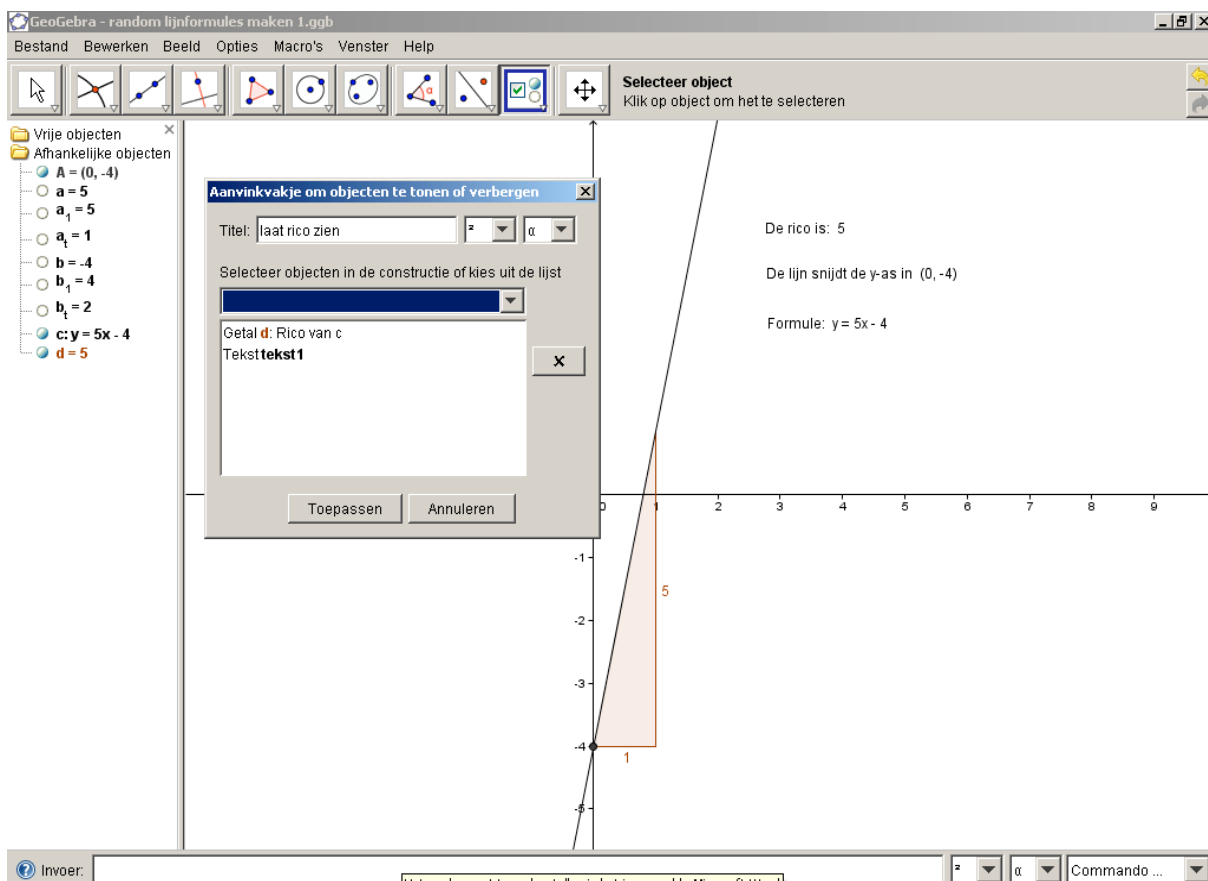
- Klik op het teksticoon en klik dan ergens bovenaan in het venster.
Er verschijnt dan een venster waarin tekst gezet kan worden.
We typen in: **“De rico is: ” +d** en klikken op OK.
(Tekst moet tussen aanhalingstekens, variabelen beginnen met een +.
Later zal de lijn veranderen waardoor de rico en de formule automatisch mee-veranderen in de tekst: dit heet *dynamische tekst*).
- Op dezelfde manier maken we de teksten:
“De lijn snijdt de y-as in: ” +A en **“Formule: ” +c**
Er staan dan drie teksten op het scherm die je zelf naar een geschikte plaats kan slepen door eerst te klikken op het verplaatsicoon voor objecten.

Opdracht 9

In deze opdracht gaan we gebruik maken van **aanvinkvakjes**.

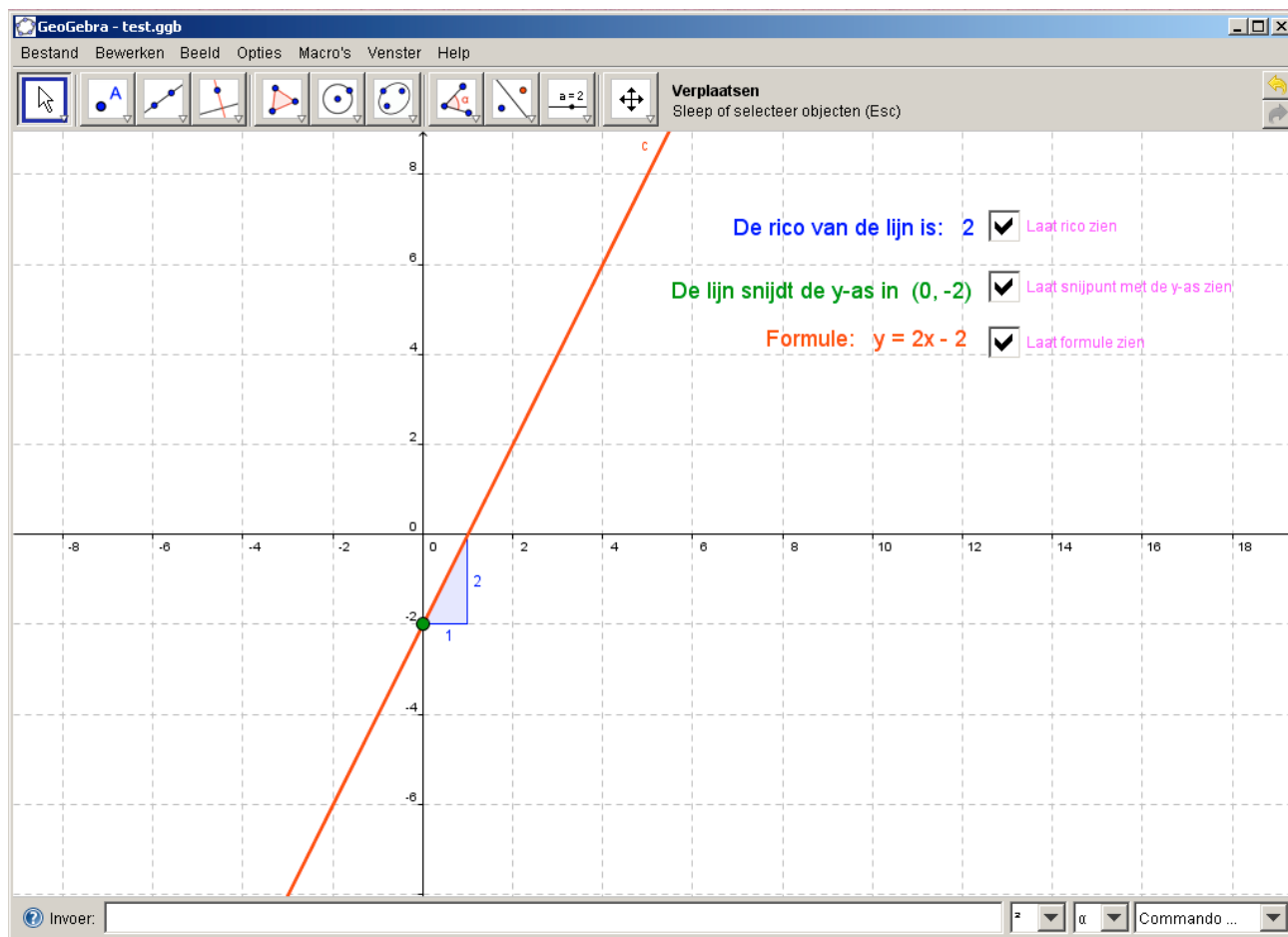


- Klik op bovenstaand icoon en vervolgens ergens rechts in het venster.
Bij 'titel' vul je in: '*Laat rico zien*'
Bij 'Selecteer objecten ...' klik je op het zwarte driehoekje en daarna uit de lijst op **Getal d** en op **Tekst tekst 1**
Dan op Toepassen. Er verschijnt een aanvinkvakje in beeld.
Klik er eens op en kijk wat er gebeurt.



- Op dezelfde manier maak je een aanvinkvakje met als titel "*Laat snijpunt met de y-as zien*", waarbij je **Punt A** en **Tekst tekst 2** selecteert.
- Dan ook nog het 3^e aanvinkvakje met als titel "*Laat formule zien*" waarbij **Tekst tekst 3** geselecteerd wordt.

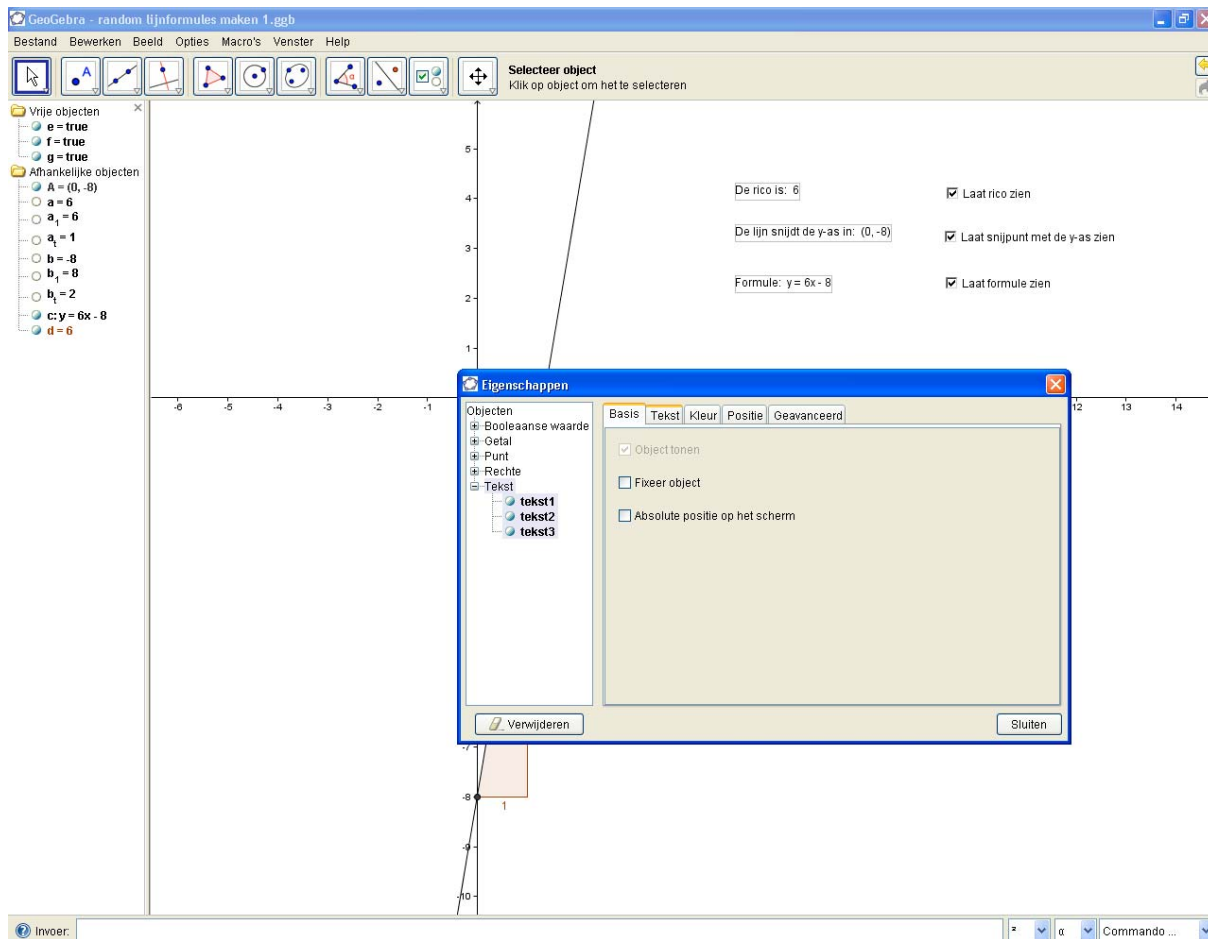
Het eindresultaat (als het algebrafenster is uitgevinkt):



Er resten nu nog twee dingen: 1. de figuur opmaken en 2. gereed maken om te Exporteren naar HTML om random te kunnen oefenen.

Opdracht 10

- a. Klik met rechts op een van de teksten en dan onderaan op Eigenschappen.
In het venster dat dan verschijnt klik je in het linkervak op Tekst: dan selecteer je alle teksten tegelijk.



- b. Pas met de tabbladen Tekst en Kleur de lettergrootte (18) en kleur aan.
Als alles dan naar wens staat *Fixeer* je alle tekst en stel je in “*Absolute positie op het scherm*”
- c. Op dezelfde manier kun je de Booleaanse waarden opmaken.
Fixeer ook de aanvinkvakjes! Aanvinkvakjes werken ook beter op een digibord als bij de Opties is ingesteld: “*Grote Aanvinkvakjes*”.
- d. Als je het nog mooier wil maken kun je bijvoorbeeld de tekst van de rico en ricodriehoek in de tekening dezelfde kleur geven, evenals het snijpunt met de y-as en de bijbehorende tekst.
Maak desgewenst ook de lijn wat dikker via Eigenschappen en Stijl en geef hem een kleur, dezelfde als de formuletekst.

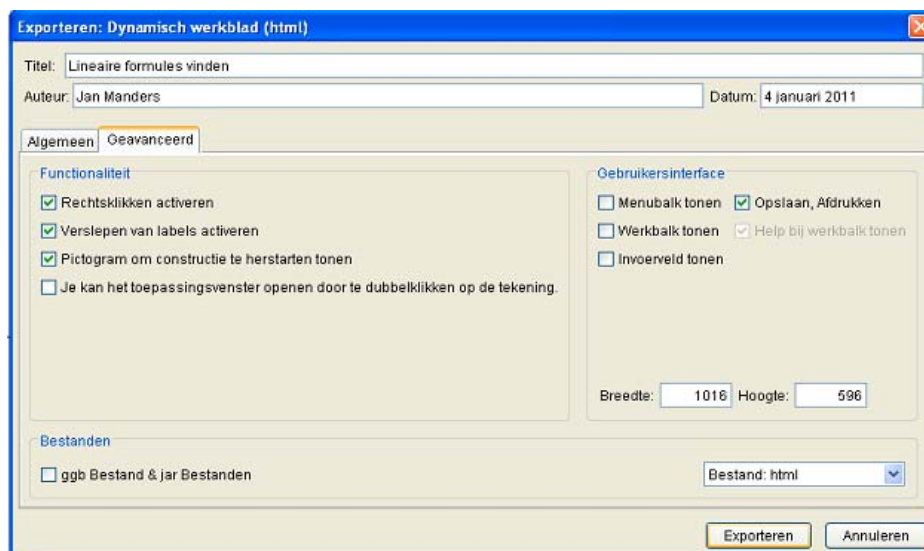
Tot zover het basisbestand: sla dit op!
In opdracht 11 gaan we dat Exporteren.

Opdracht 11

Zet eerst de aanvinkvakjes uit: je mag geen tekst zien. Zet indien nog niet gedaan ook het algebra venster uit.

Klik op Bestand – Exporteren – Dynamisch werkblad als webpagina (html).

In het dan volgende venster klik je op *Geavanceerd*. Vul dat in zoals in het plaatje.



- Uiteraard je eigen naam en de titel.
- Vink de eerste drie opties aan bij Functionaliteit.
 - De gebruiker mag later met rechts klikken de Zoom functies gebruiken.
 - Als er een keertje een tekst in de weg zit mag dat label versleept worden.
 - Er verschijnt straks een Reset knop om de hele constructie te herstarten.
 - De laatste mogelijkheid vraagt meer uitleg.
Er zijn verschillende mogelijkheden met een verschillende uitwerking voor de eindgebruiker.
Op de volgende bladzijde volgt een overzicht.
- Vink uit dat ook de ggb en jar bestanden moeten worden bewaard.
- Stel desgewenst een aangepaste breedte en hoogte. (1024x768 zal op vrijwel elk scherm een goed beeld opleveren. Bij hogere waarden ‘past’ het niet meer en moet de gebruiker horizontaal en/of verticaal scrollen. Probeer dat te vermijden.)

Klik dan op Exporteren. Kies een opslaglocatie en vul als naam van het bestand in *Lineaire_formules_vinden*. Na enige tijd opent het HTML-bestand. (Soms met een beveiligingsvraag omdat er een lokaal opgeslagen HTML bestand wordt geopend. Het kan geen kwaad...)

Nu komt het leuke!

Helemaal rechtsboven (scroll indien nodig) zit de Resetknop.

Deze knop activeert de Random functies. Speel eens met de Resetknop en kijk wat er gebeurt.

Je kunt nu oneindig lang oefenen met het vinden van de formule van de getoonde lijn.

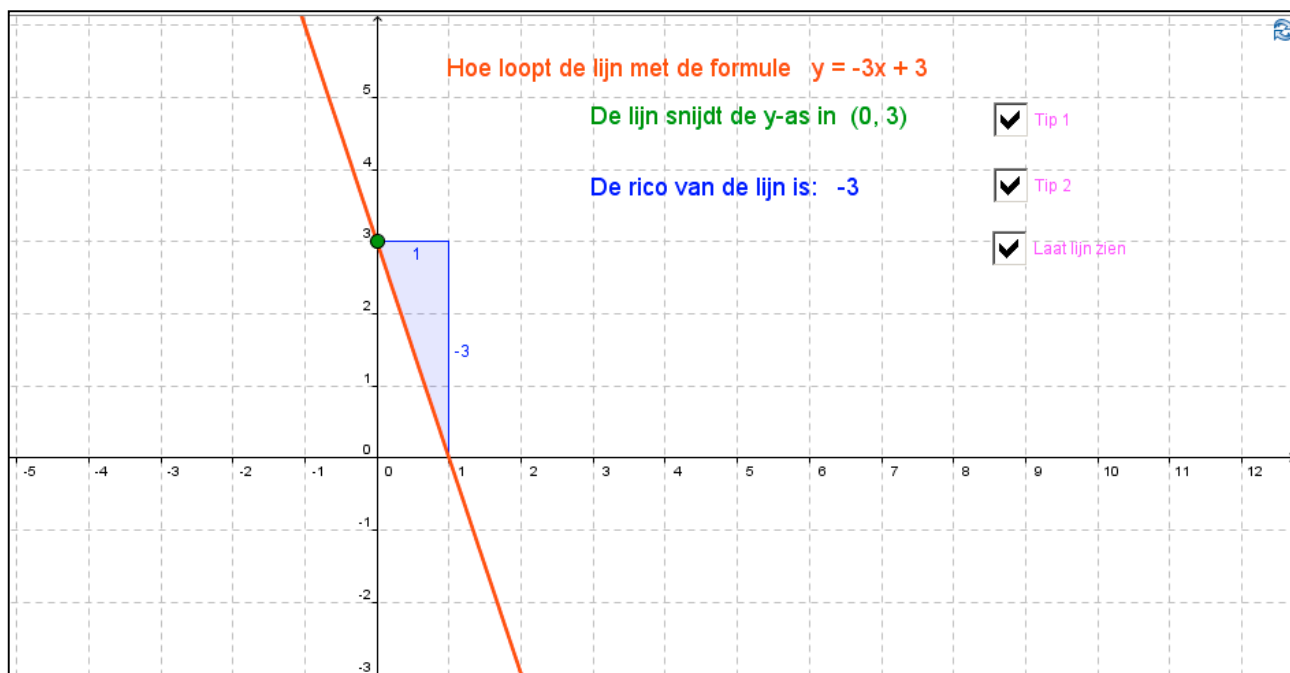
Dit bestand kun je bijvoorbeeld in de klas gebruiken of in de ELO zetten.

Nu andersom: we maken een nieuw bestand waarin een formule verschijnt en de lijn gevonden moet worden.

Opdracht 12

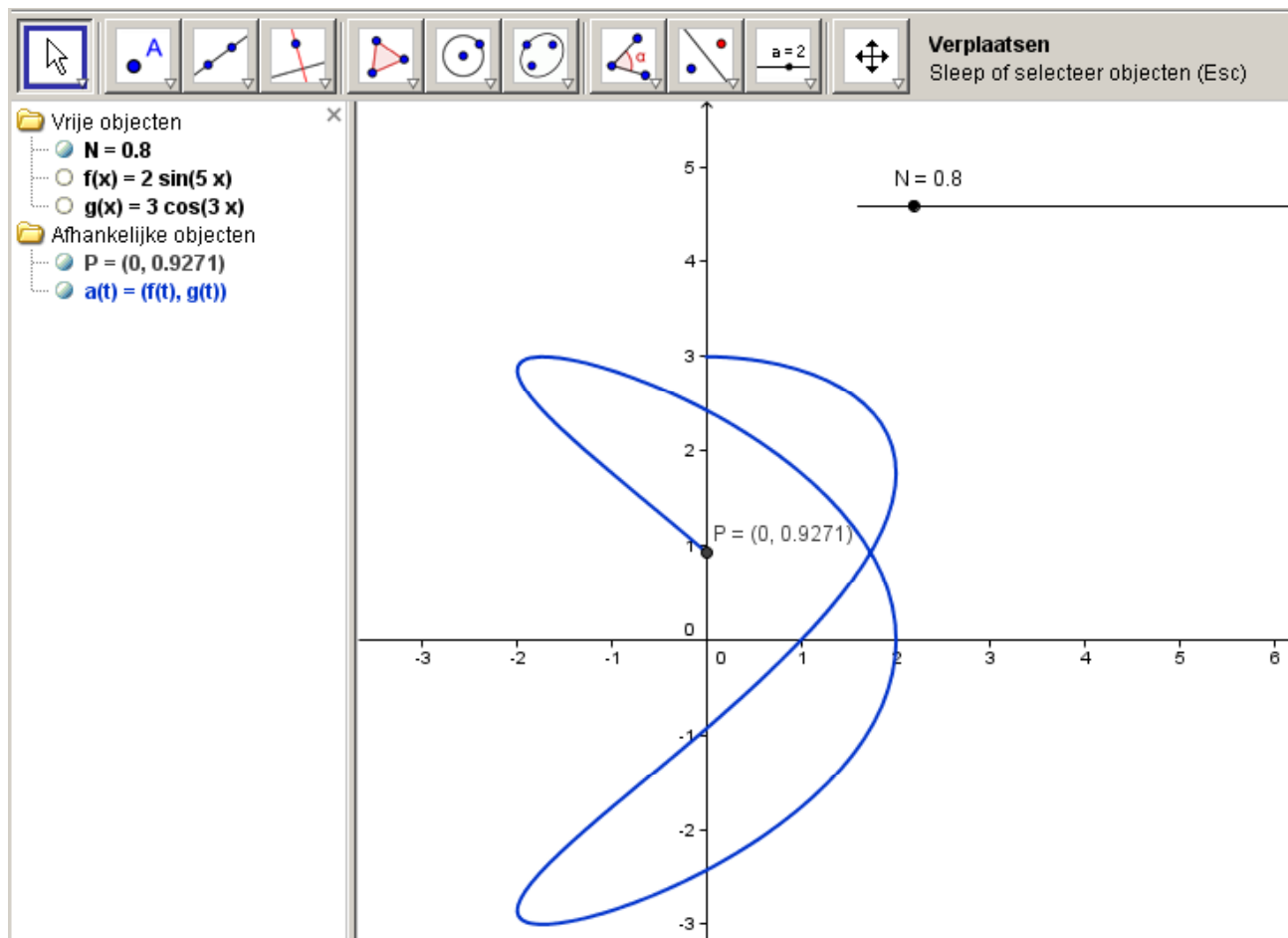
Om dubbel werk te voorkomen gaan we terug naar ggb-bestand dat we zojuist gemaakt hebben.

- Verwijder alle tekst en alle aanvinkvakjes d.m.v. rechtsklikken en Verwijderen.
- Sla het bestand onder een nieuwe naam op, bijvoorbeeld 'Van formule naar lijn'.
- Maak dan drie teksten:
Tekst 1: "Hoe loopt de lijn met de formule: "+c
Tekst 2: "De lijn snijdt de y-as in "+A
Tekst 3: "De rico van de lijn is "+d
- Maak aanvinkvakjes bij tekst 2 en 3, resp. Tip 1 en Tip 2.
Bij Tip 1 selecteer je tekst 2 en punt A.
Bij Tip 2 selecteer je tekst 3 en getal d.
- Maak nog een tekst: ""+c en maak daarbij een aanvinkvakje met de naam
Laat lijn zien en selecteer daarbij Rechte c.
- Dan nog de tekst vergroten, kleuren geven, aanvinkvakjes UIT en exporteren met bestandsnaam
Van_formule_naar_lijn.html
Hierbij is deze keer aangevinkt dat het bestand niet opent bij dubbelklikken en dat de Menu balk, Invoerveld enz. niet zichtbaar zijn. (De gebruiker moet immers sec met deze applet aan de slag)



Voorbeeld III-7: Parametrische functies in Geogebra:

Resultaat:



Werkwijze:

Parameterfuncties laten zich gemakkelijk invoeren en onderzoeken in Geogebra.

1. Definieer $f(x) = 2 \sin(5x)$ en $g(x) = 3 \cos(3x)$ Maak ze onzichtbaar!
2. Definieer een schuifregelaar N van 0 tot b.v. 10
3. Voer in: $\text{Kromme}[f(t), g(t), t, 0, 2N\pi]$

Met de schuifregelaar kan nu handig het domein van t geregeld worden.

De functies kunnen gemakkelijk gewijzigd worden.

4. Het eindpunt P is gedefinieerd als: $P = (f(N\pi), g(N\pi))$

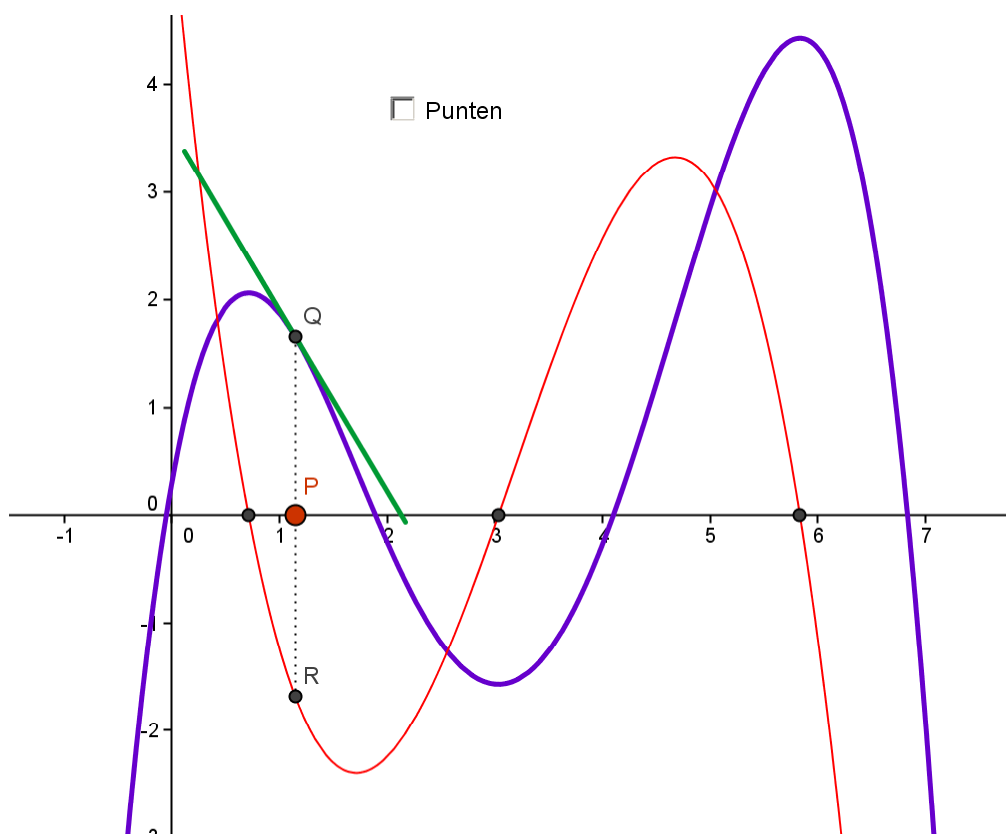
Opmerkingen:

Je kunt de gekste functies voor f en g invoeren.

Leuk voor een wedstrijdje "wie maakt de mooiste parametrische kromme met Geogebra"

Voorbeeld III-8: Functie commando's in Geogebra:

Resultaat:

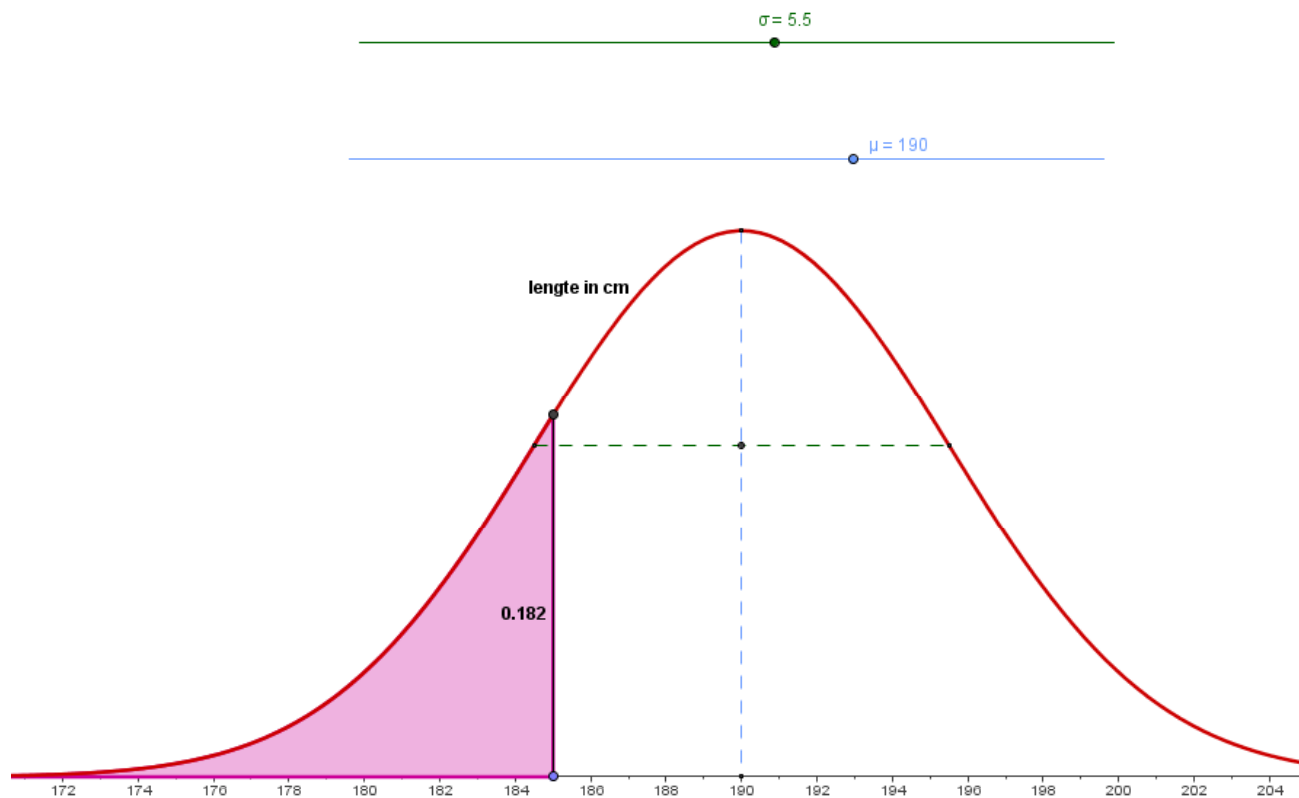


Werkwijze:

1. Voer punten A, B, C, D en E in en teken hierdoor een polynoom met `Veeltermfunctie[A,B,C,D,E]`
2. Stel de eigenschappen in.
3. Voeg een Aanvinkvakje toe om de punten te verbergen/weer te geven.
4. Voer in: `afgeleide[f]` en stel de eigenschappen in.
5. Voer een punt P op de x-as in en voer in: $Q=(x(P),f(x(P)))$ en $R=(x(P),f'(x(P)))$
6. Teken een lijntje tussen Q en R.
7. Kies Raaklijn aan f in Q. De lijn is een beetje te lang. Teken een cirkel in Q met straal 2 en bepaal de snijpunten met de raaklijn.
8. Verbind deze snijpunten. Maak cirkel, raaklijn en snijpunten onzichtbaar.
9. Voer in: `Nulpunten[f']`.
10. Demonstreer dat de afgeleide 0 is als de raaklijn horizontaal loopt en omgekeerd.
11. Desgewenst kan op de eindpunten van die rakende lijn een afbeelding worden vastgezet van een skiër of skater!

Voorbeeld III-9: Functie commando's in Geogebra:

Resultaat:



Werkwijze:

1. Maak schuifregelaars μ en σ (Kies de naam uit het dropdown menu rechts....)
2. Voer in: $f(x) = 1/(\sigma\sqrt{2\pi}) e^{-0.5\left(\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)}$
5. Stel eigenschappen in.
3. Voer een punt F op de x-as in.
4. Voer in: Opp=Integraal[f(x), 10^-99, x(F)]
5. Voer een tekst in: "" + Opp
6. Gebruik desgewenst ook voor de linkergrens een punt.
7. Klik rechts op het tekenveld en stel bij Tekenvenster het minimum en het maximum van de x-as in.

IV. Animated Geogebra applets

Animaties zijn in Geogebra op verschillende manieren mogelijk.

Er zijn allerlei animaties mogelijk via de in Geogebra ingebouwde animatie mogelijkheden.

Om het echt spectaculair te maken kan er ook een eenvoudig Javascript gebruikt worden.

Dat verruimt de mogelijkheden maar heeft als klein bezwaar dat het wat meer techniek vraagt. Een groter bezwaar is dat niet elke browser op elk platform op dezelfde manier met Javascript omgaat.

Overzicht van voorbeelden/oefeningen:

1. Geogebra animatie die opkomt in Pause of Play
2. Geogebra Animatie met pauzering in de eindpunten
3. Geogebra animatie met wisselende snelheid
4. Geogebra animatie van eenheidscirkel en sinus
5. Start-Stop animaties via Javascript
6. Step-Through animaties via Javascript

Voorbeeld IV-1: Een Geogebra animatie die opkomt in Pause of Play

De eenvoudigste vorm is de animatie in Geogebra.

Van elke variabele die als schuifknop is gedefinieerd kan bij Eigenschappen “Animatie Aan” ingesteld worden. Daarvan kan de animatie snelheid en het type ingesteld worden.

Links onder verschijnt in het Geogebra window een Play-Pause button.

De actuele toestand daarvan wordt opgeslagen als onderdeel van het bestand.

The image shows a dialog box with three sections: 'Interval', 'Schuifknop', and 'Animatie'.
- 'Interval' section: 'min:' 0, 'max:' 10, 'Stapgrootte:' 0.1.
- 'Schuifknop' section: 'Vast' checkbox is unchecked, 'Horizontaal' dropdown menu, 'Breedte:' 20.
- 'Animatie' section: 'Animatiesnelheid:' 1, 'Herhaal:' dropdown menu set to 'Oscilleren'.

Een gepauzeerde animatie:

1. Houdt het algebra venster open.
2. Definieer punt A en punt B
3. Definieer een schuifregelaar n, lopend van 0 naar 1 in stapjes van 0.01
4. Definieer punt P als: $P=A+n(B-A)$
5. Zet van n de animatie aan bij Eigenschappen. Punt P loopt nu op en neer tussen A en B.
6. Zet de animatie direct op Pause met de Play-Pause button. Schuif de regelaar n naar de juiste stand. Maak de regelaar onzichtbaar.
7. Sla het document op.
8. Bij het opnieuw openen staat de Animatie nog op Pause met $n=0$

Een zelf startende animatie:

9. Zet de animatie aan. Klik op Save, precies op het moment dat P in A is aangekomen.
10. Als dát document wordt geopend zat de animatie onmiddellijk starten.

Voorbeeld IV -2: Een Geogebra animatie met pauzes in de eindpunten

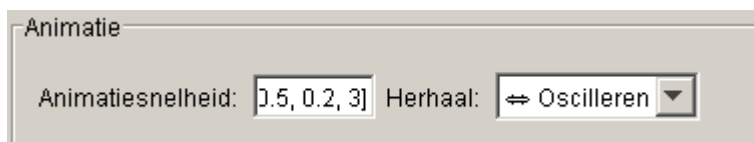
Soms is het wenselijk dat de animatie in begin en eindpunt even pauzeert. Daarvoor moet een kleine list toegepast worden.

1. Houdt het algebra venster open.
2. Definieer punt A en punt B
3. Definieer een schuifregelaar n, lopend van -0.2 naar 1.2 in stapjes van 0.01
4. Definieer een getal k als: $k = \text{Als}[n < 0, 0, n]$
Deze Conditional betekent dat k de waarde 0 heeft als $n < 0$ en anders de waarde n.
Omdat n naar -0.2 loopt blijft k dus even “hangen” op de waarde 0.
5. Ook aan de bovenkant willen we zo’n beperking. Dat kan desnoods in die Conditional door:
 $k = \text{Als}[n < 0, 0, \text{Als}[n > 1, 1, n]]$
(Als de eerste Conditional werkt kan deze met Copy en Paste gemakkelijk worden uitgebreid)
6. Check even of k inderdaad tussen de 0 en 1 blijft door de schuifregelaar te bewegen.
7. Definieer nu punt P als: $P = A + k(B - A)$
8. Sla op als gepauzeerde of als zelfstartende animatie en merk op dat P nu rustmomenten heeft in A en B.

Voorbeeld IV -3: Een Geogebra animatie met wisselende snelheid

Voor de animatiesnelheid kan ook een expressie worden ingevoerd.

Probeer eens uit in bovenstaand voorbeeld: Animatiesnelheid = $\text{Als}[n < 0.5, 0.2, 3]$



Het past qua weergave slecht in het invoerveldje maar het werkt wél!

Als n kleiner is dan 0,5 is de animatiesnelheid 0.2, anders is het 3

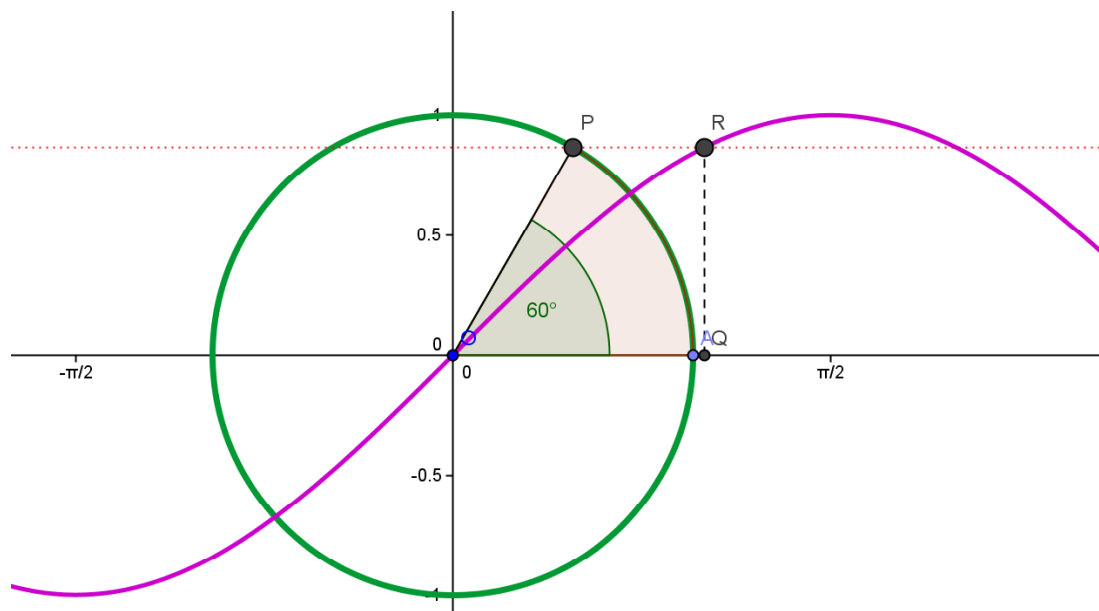
Het toepassen van een expressie werkt helaas niet voor de stapgrootte....

Voorbeeld IV -4: Een Geogebra animatie van eenheidscirkel en sinus

In het vorige voorbeeld is het animatie zelf wel heel eenvoudig.

De eenheidscirkel met meelopend punt op de grafiek van de sinus is een wat praktischer voorbeeld.

Resultaat:

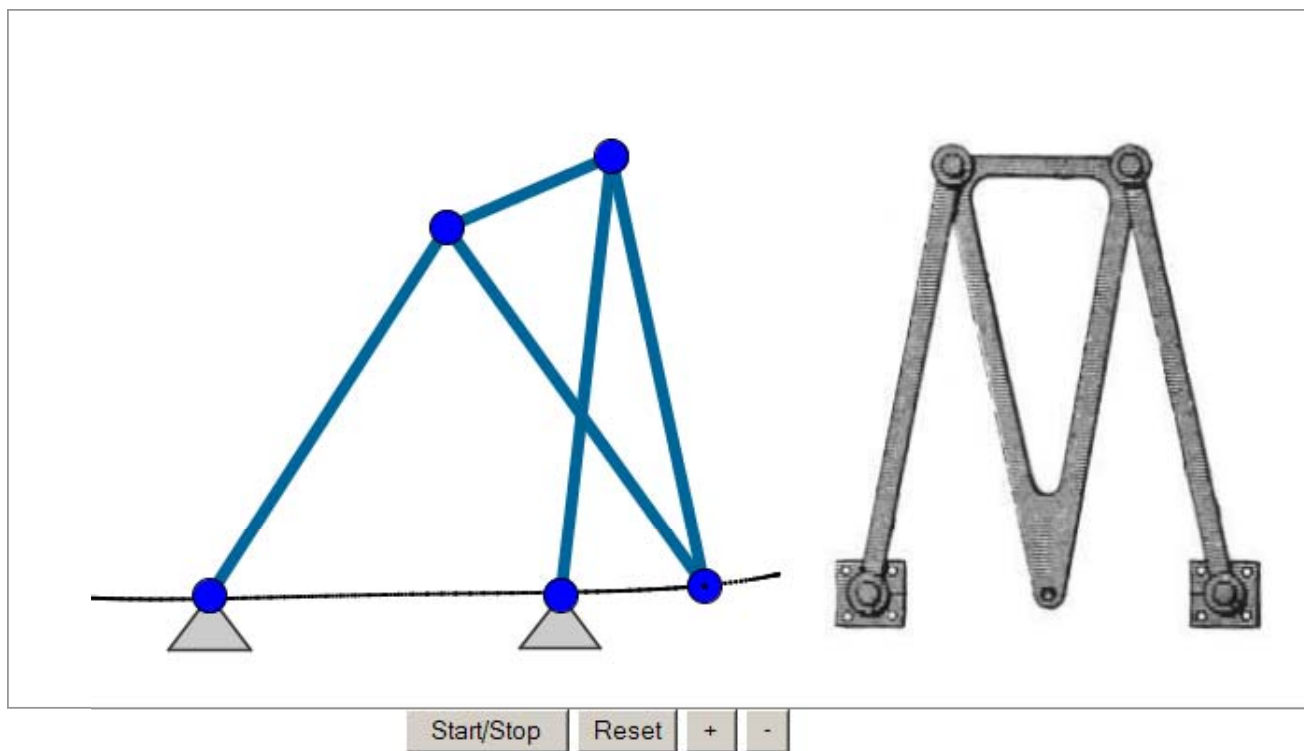


Werkwijze:

1. Zet de assen aan en stel in dat de x-as in eenheden van $\frac{1}{2} \pi$ wordt weergegeven.
2. Voer in: $O=(0,0)$, $A=(1,0)$ en een cirkel met O als middelpunt en straal 1. Stel de eigenschappen in.
3. Definieer een hoek schuifregelaar met de naam α
4. Voer een punt P in: $P=(\cos(\alpha),\sin(\alpha))$
5. Teken OP en meet de hoek AOP. Maak de hoekweergave groot.
6. Definieer een cirkelsector OAP en stel de kleureigenschappen in.
7. Beweeg als controle de schuifregelaar.
8. Voer in: $f(x)=\sin(x)$ en stel kleureigenschappen in.
9. Definieer een punt $Q=(\alpha,0)$ (Geogebra rekent altijd in radialen!)
10. Definieer $R=(x(Q),f(x(Q)))$, teken de lijn QR en een lijn door P en R
11. Zet het algebra venster uit. Zet α in animatie en direct op pause. Kies een mooie hoek, b.v. 60°
12. Verberg nu de regelaar α en sla op.
13. Na het openen kan via de Play button de applet afgespeeld worden.

Voorbeeld IV -5: Start-Stop animaties via Javascript

Het starten en stoppen van een animatie in Geogebra met de Pause-Play button heeft als tekortkoming dat de snelheid niet direct geregeld kan worden. Vóór de mogelijkheid tot animatie in Geogebra was ingebouwd was animatie mogelijk via een eenvoudig Javascript “om de applet heen”. Die mogelijkheid is er nog steeds en geeft extra mogelijkheden.



Voorbeeld:

Onder het Geogebra venster bevinden zich nu een Start/Stop en Reset button + twee buttons waarmee de snelheid geregeld kan worden.

Om dit mogelijk te maken is het nodig om het Geogebra bestand aan te roepen in een HTML pagina. Deze pagina roept ook een Javascript aan dat op de server beschikbaar moet zijn.

Op <http://www.vandeven.nl/Wiskunde/Lezingen/GenR2012/Downloadpagina.html> is dit script **animator.js** als download beschikbaar gemaakt.

Verder zijn hier twee standaard voorbeelden te downloaden

De eerste is **Startstop.ggb** met de bijbehorende **Startstop.html**. Dit is een voorbeeld van een Geogebra applet met animatie die zoals in het voorbeeld hierboven gestart en gestopt kan worden.

De essentie:

I. De plaats en wijze van aanroepen van het Java script.

In het .HTML bestand wordt het animator.js Java script aangeroepen in de regel:

```
<script type="text/javascript" src="/animator.js"></script>
```

Het script moet dan wel in de juiste map op de server staan.

De regel: **src="/animator.js** betekent dat het javascript in dezelfde directory staat als het .HTML bestand.

De regel: **src="../NAAM/animator.js** betekent dat het javascript in een “eentje hogere” directory staat met de naam NAAM

De regel **src="http://www.vandeven.nl/Wiskunde/Basic/animator.js"** betekent dat het pad naar het script absoluut gedefinieerd is.

Omdat het script door meerdere bestanden op de server aangeroepen zal worden is het handig om het éénmaal, in een goed herkenbare directory te plaatsen.

II. De wijze van aanroepen van het Geogebra bestand.

In de .HTML file wordt het betreffende Geogebra bestand als volgt aangeroepen. Op het hier gegeven voorbeeld kan uiteraard eindeloos gevarieerd worden.

```
<applet code="geogebra.GeoGebraApplet.class" align="baseline" width="950" height="600" name="Animated"
  archive="http://www.geogebra.org/webstart/dev/geogebra.jar">
  <param name="filename" value="Startstop.ggb">
  <param name="showResetIcon" value="false">
  <param name="enableRightClick" value="false">
  <param name="showMenuBar" value="false">
  <param name="showToolBar" value="false">
  <param name="showToolBarHelp" value="false">
  <param name="showAlgebraInput" value="false">
  <param name="framePossible" value="true">
```

III. De wijze van aanroepen van de buttons

In de .HTML file moeten ook de buttons gedefinieerd worden inclusief hun acties.

```
<input type="button" value="Start/Stop" onclick="toggle();">
<input type="button" value="Reset" onclick="reset();">
<input type="button" value=" + " onclick="speedup();">
<input type="button" value=" - " onclick="speeddn();">
```

Het resultaat van dit alles is dat er communicatie plaatsvindt tussen de Geogebra file en het HTML bestand.

In het Geogebra bestand moet een (onzichtbare) Schuifregelaar met de naam **t0** aanwezig zijn.

Deze wordt tussen 0 en 1 olopend geanimeerd door op de Start button te drukken. De animatiesnelheid kan met + en – geregeld worden.

Voorbeeld IV 3-6: Step-Through animaties via Javascript

In een demonstratie moeten doorgaans verschillende bewijsstappen achtereenvolgens doorlopen worden.

Met een Schuifregelaar is het goed te doen om verschillende objecten zichtbaar te maken afhankelijk van de waarde van een schuifregelaar. Zo wordt dan bij oplopende schuifregelaar steeds een ander deel van de constructie zichtbaar. Maar om hier elegant doorheen te stappen mist Geogebra een stepthrough animatie mogelijkheid.

De tweede download die beschikbaar is op

<http://www.vandeven.nl/Wiskunde/Lezingen/GenR2012/Downloadpagina.html> is **Step-Through.ggb** met de bijbehorende **Step-Through.html**. Dit is een voorbeeld van een Geogebra applet met een Step_Forward, Step_Backward, Home en End buttons waarmee in stappen door b.v. een bewijs kan worden gestapt.

Voorbeeld

De essentie:

Hiervoor is weer **animator.js** nodig + **Stepthrough.ggb** met de bijbehorende **Stepthrough.html**

De wijze van plaatsen en aanroepen van het Java script is geheel identiek aan hiervoor.

Ook de manier van aanroepen van de applet is identiek. Het kleine verschil zit in de aangeroepen buttons.

Voor Stepthrough animatie gebruiken we enkele andere buttons.

(Als comment staan ze allemaal al in beide voorbeelden opgenomen)

```
<input type="button" value=" &lt;&lt; " onclick="to_home();">
<input type="button" value=" &lt; " onclick="backward();">
<input type="button" value=" &gt; " onclick="forward();">
<input type="button" value=" &gt;&gt; " onclick="to_end();">
```

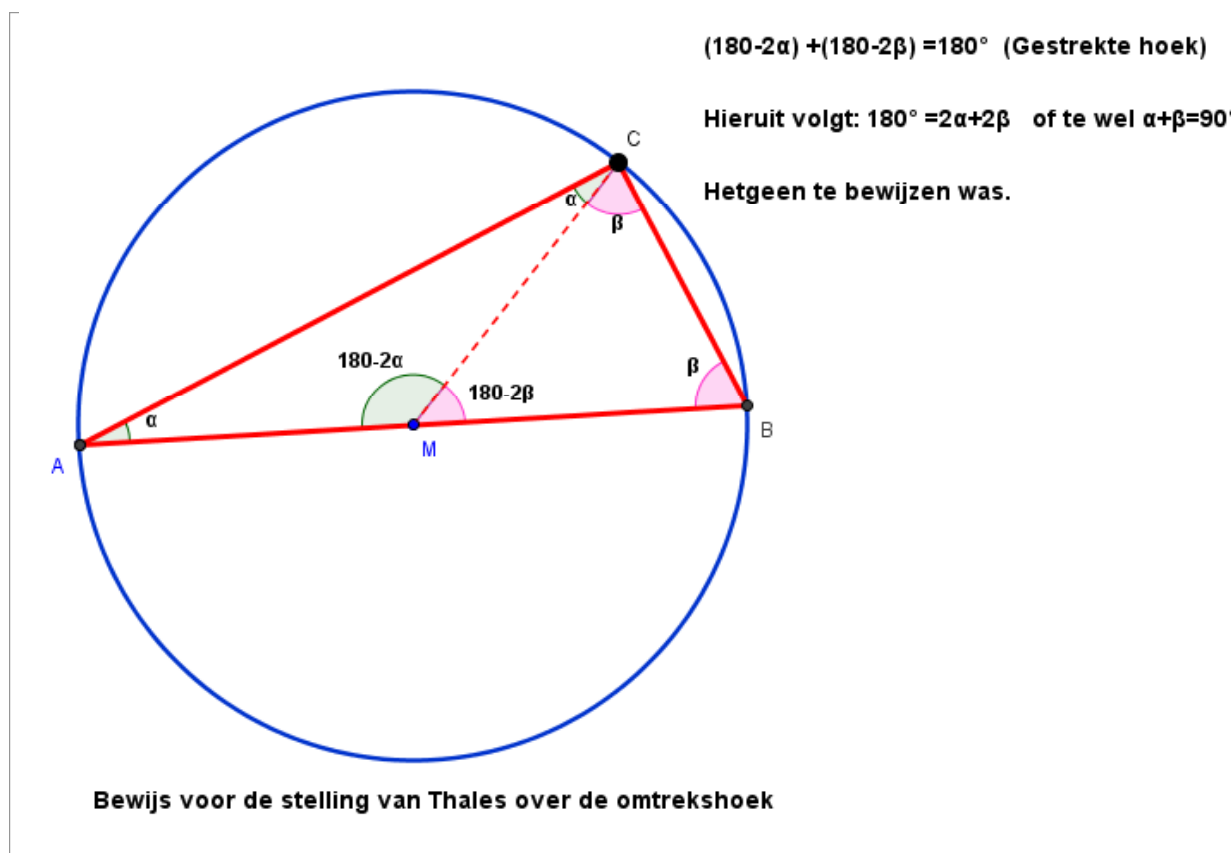
Het resultaat van dit alles is dat er communicatie plaatsvindt tussen de Geogebra file en het HTML bestand.

In het Geogebra bestand moet een (onzichtbare) Schuifregelaar met de naam **n0** aanwezig zijn. Ook moet het getal **nmax** gedefinieerd zijn als maximum aantal stappen.

Door op de > button te drukken zal variable **n0** steeds met één tegelijk omhoog gaan tussen 1 en **nmax**.

Met de Home en End button wordt direct naar begin of eind gesprongen.

Resultaat:



Werkwijze voor een Step-Through applet:

1. Definieer $n_{\max}=10$ (Eerst maar erg ruim nemen!)
2. Definieer n_0 als Schuifregelaar, lopend van 1 tot 10 met stappen van 1
3. Teken een bepaalde constructie.
4. Bedenk hoe het bewijs moet lopen en pas daarop de zichtbaarheid van de verschillende elementen aan.
 - Cirkel, A, B, P en AP, BP moeten altijd zichtbaar zijn.
 - Het 90° teken alleen bij $n_0=1$ (en misschien later ook nog eens...)
 - M en MP alleen bij $n_0>1$
 - Hoek MAP, MPA en AMP alleen bij $n_0>2$
 - Hoek MBP, MPB en BMP alleen bij $n_0>3$
 - De tekst alleen bij $n_0=4$
 - Meer stappen zijn er niet.
5. Pas aan: $n_{\max}=4$
6. Sla het bestand op en pas het HTML bestand overeenkomstig aan.
7. Zorg voor upload naar een bepaalde map van zowel het Geogebra bestand als het .HTML bestand.