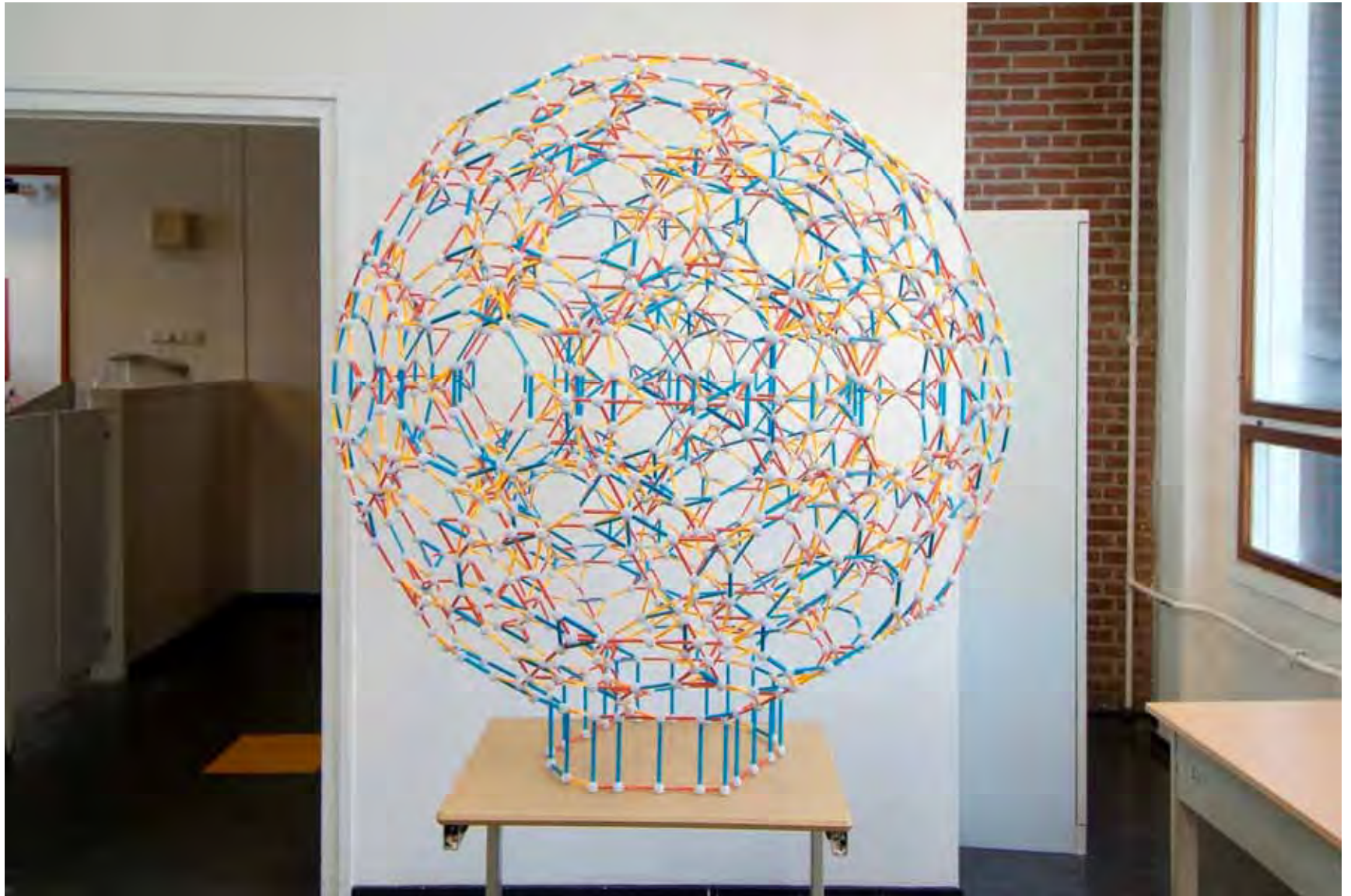


Een hecatonicosachoron op het Kottenpark



Afgeknotte Hecatonicosachoron

Deze schaduw van deze 4-dimensionale polytoop
bestaat uit
120 afgeknotte dodecaëders en 600 tetraëders

Gebouwd op 30 januari 2010 door:

Nienke van Aken, Rick Bijvank, Elske Cornelisse, Liam Kelly,
Niels Kunst, Rakhi Manik, Fabian Peeks, Stefan Pol, Marije Kroes,
Sanne Burghouts, Marjolein Milané, Tanja Mourachova

onder leiding van Paul van de Veen

Wat zijn 4-dimensionale polytopen?

De overstap van 3 naar 4 dimensies is wiskundig gezien eenvoudig.
Aan de 3 coördinaten van een punt in 3D voegen we gewoon een coördinaat toe.

Tussen 4-dimensionale punten kun je 4-dimensionale lijnen trekken.
En met die 4-D punten en lijnen kun je 4-D objecten samenstellen.

Maar hoe kun je nu een 4-dimensionaal object voorstellen?
Eén manier is om te kijken vanuit analogie.

In 2 dimensies hebben we punten (0-D) en lijnen (1-D)
en daarmee maken we vlakken (2-D)

In 3 dimensies hebben we 0-D punten, 1-D lijnen en 2-D vlakken
en door die vlakken samen te voegen krijgen we 3-D objecten.

In 4 dimensies gaat het net zo. We hebben punten, lijnen, vlakken,
3-D objecten en daarmee maken we 4-dimensionale objecten.

In 2 dimensies zijn er oneindig veel *regelmatige veelhoeken*, de **polygonen**

Ze worden door *lijnen* begrensd.

Voorbeelden: de driehoek, het vierkant, de vijfhoek enz.

In 3 dimensies zijn er maar 5 regelmatige 3D objecten, de **polyhedra**

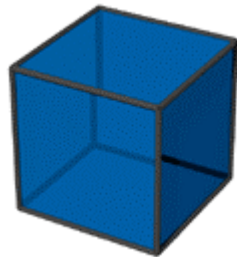
Een polyhedron wordt door polygonen begrensd

Er zijn: het 4-vlak, 6-vlak, 8-vlak, 12-vlak en het 20-vlak.

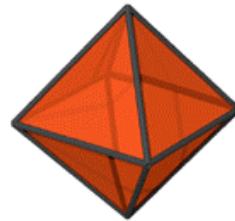
Meer kunnen er niet zijn want dit is het maximale aantal manieren om 3-hoeken, 4-hoeken en 5-hoeken tot een ruimtelijke figuur samen te voegen.



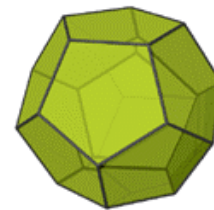
Het **4**-vlak
(Tetraëder)



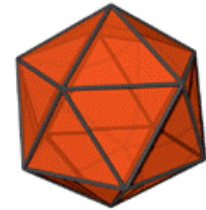
Het **6**-vlak
(Kubus)



Het **8**-vlak
(Octaeder)

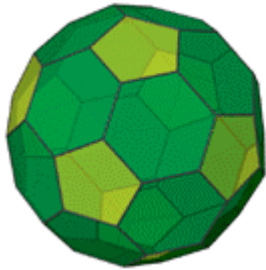


Het **12**-vlak
Dodecaëder

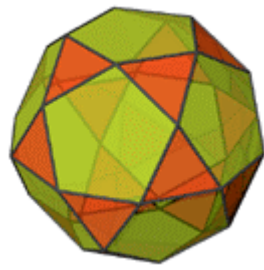


Het **20**-vlak
(Icosaëder)

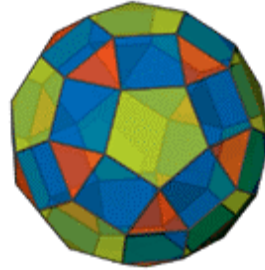
Door hoeken af te zagen (afknotten) ontstaan de
13 half-regelmatige Archimedische veelvlakken



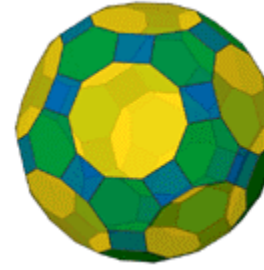
Afgeknotte
icosaëder



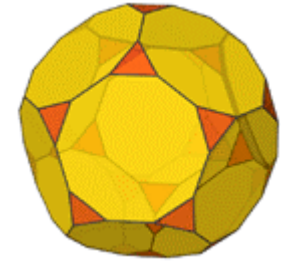
Icosidodecaëder



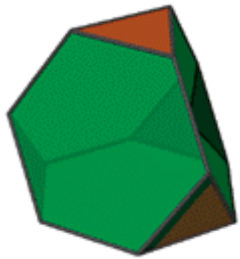
Kleine Romben-
icosaëder



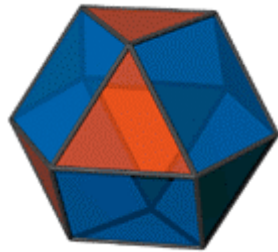
Grote romben-
icosaëder



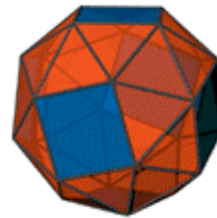
Afgeknotte
dodecaëder



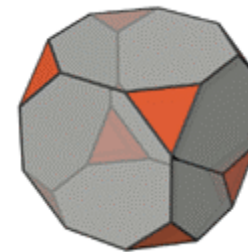
Afgeknotte
tetraëder



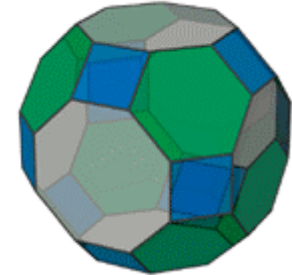
Cubo-octaëder



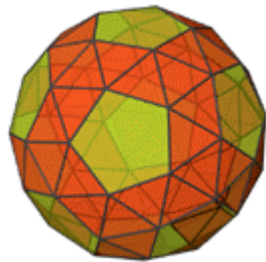
Stompe kubus



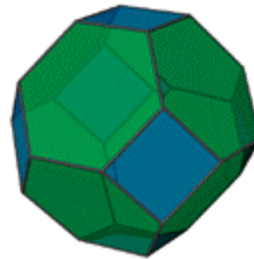
Afgeknotte
kubus



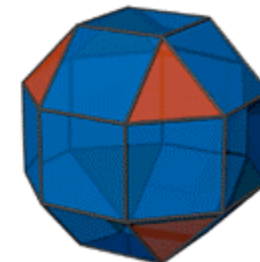
Grote romben
cubo-octaëder



Stompe
dodecaëder



Afgeknotte
octaëder



Romben cubo-
octaëder

In 4 dimensies bestaan er 6 regelmatige objecten, de **polychora**
Een polychoron wordt door polyhedra begrensd.

Er zijn: de 5-cel, (pentachoron), de 8-cel, (hyperkubus),
de 16-cel, (hexadecachoron), de 24-cel, (icotetrachoron),
de 120-cel (hecatonicosachoron) en de 600-cel (hexacosichoron).

Door van de 120-cel en de 600-cel hoekpunten af te “knotten” ontstaan
er 13 halfregelmatige Archimedische 4-dimensionale polytopen.

Sommigen hebben onuitsprekelijke namen als

Icosidodecahedrische hexacosihecatonicosachoron

en

Prismatohexacosihecatonicosachoron

De projectie van een 4-dimensionale polytoop in 3 dimensies

Eén van de manieren om een 4-dimensionaal object toch te kunnen “zien” is door het te projecteren in 3 dimensies.

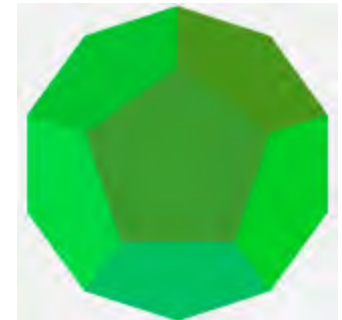
Vergelijk met de 3-D projectie in 2-D:

Een kubus kan op verschillende manieren en vanuit verschillende hoeken geprojecteerd worden. Eén ervan heet Centrale Projectie.

In deze projectie zien we 1 centraal viervlak met daaromheen 4 afgeplatte viervlakken.



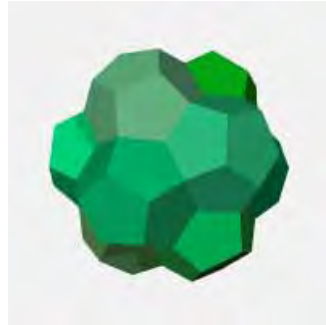
Op dezelfde manier zien we van een 3-dimensionale dodecaëder in Centrale Projectie een centraal 5-vlak met daaromheen 5 afgeplatte vijf-hoeken.



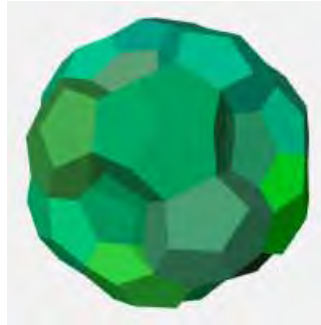
En precies zo “zien” we als we een 4-dimensionale 120-cell projecteren eerst één centrale dodecaëder, daaromheen een laag van 12 dodecaëders, daaromheen een derde laag van 20 steeds sterker afgeplatte dodecaëders, een vierde laag van 12 bijna platte en een laatste laag van 30 dodecaëders die nu helemaal plat zijn.



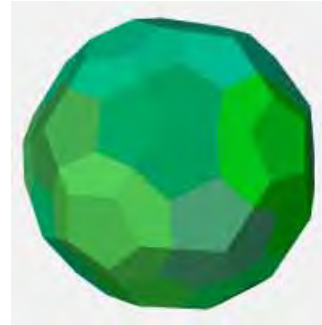
Laag1=
1 cel



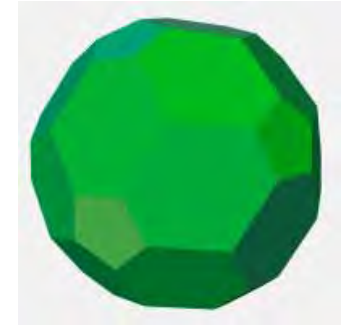
Laag 1+2=
13 cellen



Laag 1+2+3=
33 cellen



Laag 1+2+3+4=
45 cellen



Laag
1+2+3+4+5=
75 cellen

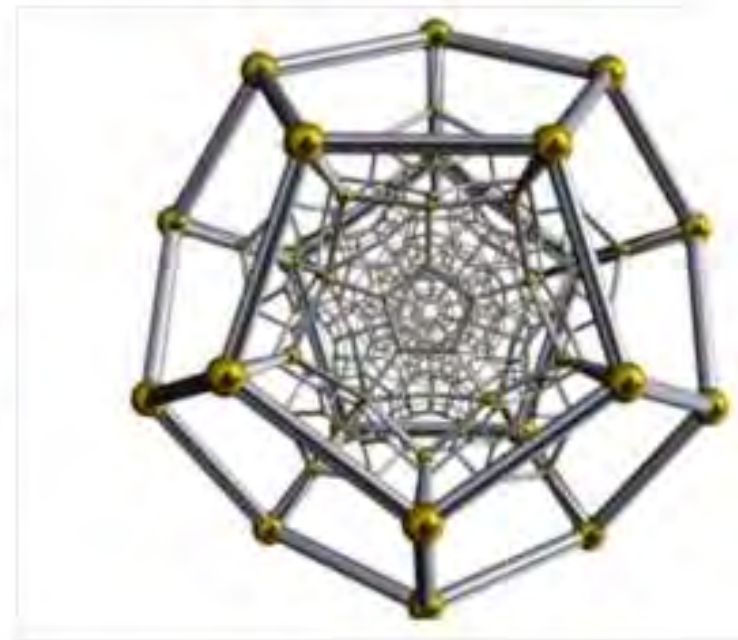
En na de buitenste laag gaat de projectie verder maar nu weer naar binnen. Laag 1 t/m 6 heeft 87 cellen, 1 t/m 7 107 cellen, laag 1 t/m 8 119 cellen en met de allerlaatste centrale cel komen we op 120 cellen.

De hecatonicosachoron in de media

Kottenpark bouwt hecatonicosachoron

zondag 24 januari 2010 | 18:22 | Laatst bijgewerkt op: maandag 25 januari 2010 | 22:39

ENSCHEDA - Leerlingen van de locatie Kottenpark van het Stedelijk Lyceum bouwen zaterdag om 15.30 uur een vier-dimensionale polytoop of hecatonicosachoron. Het is een (fotogeniek) object dat nog niet eerder in Europa werd gemaakt. Deze regelmatige wiskundige figuren werden rond 1900 door Alicia Boole Stott ontdekt.



Wiskunde + kunst = polytoop

zondag 31 januari 2010 TC Tubantia Regio Enschede-Haaksbergen

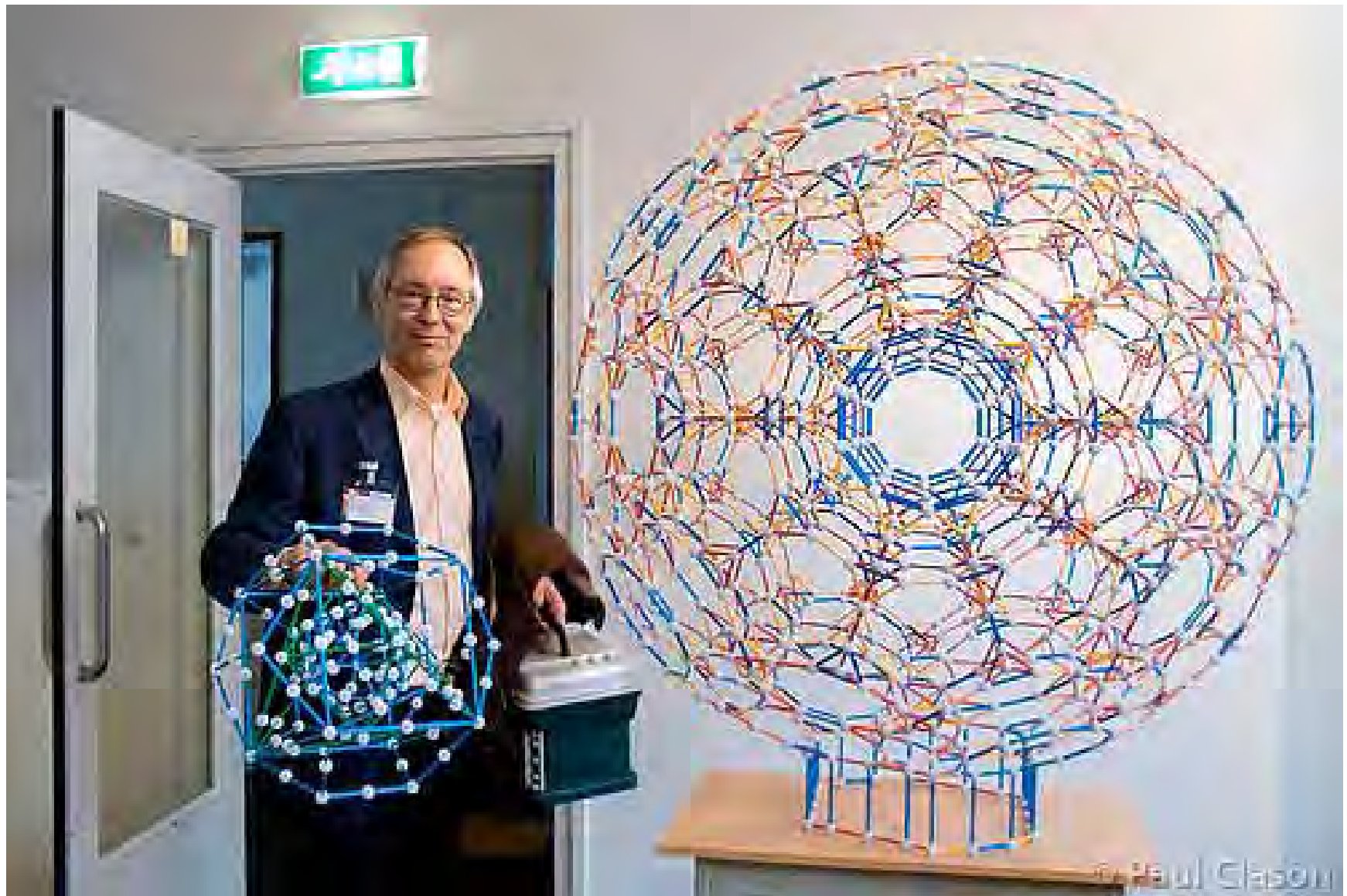
ENSCHEDA Het idee voor de bouw van een vierdimensionale polytoop kwam van Paul van de Veen, leraar wis- en natuurkunde aan Het Stedelijk Lyceum (locatie Kottenpark). Voor de uitvoering zorgden twaalf leerlingen uit 4 hav0 en 5 en 6 vwo. Met de bouw van een zogeheten hecatonicosachoron tekenden zij zaterdag op de open dag van het Kottenpark voor een nationale en mogelijk zelfs Europese primeur. Voor dit opmerkelijke project, een combinatie van kunst en wiskunde, wordt gebruikt van Zome Tool. Met dit Amerikaanse constructiesysteem, dat een beetje lijkt op het hier wel bekende K'nex, kunnen verrassende objecten worden gebouwd. „Het is wiskundig heel interessant, maar ook heel kunstig”, vertelt Van de Veen. „Ik wilde de leerlingen graag in contact brengen met deze uithoek van de wiskunde. Normaal kom je niet toe aan die bijzondere dingen. De opbouw ging veel sneller dan ik had verwacht. Ik heb uitgelegd hoe het eerste object eruit zou zien. Daarna hebben ze het al snel alleen gedaan. Dat ze trots zijn op wat er gemaakt is, is voor mij ook een belangrijk element in het geheel. Het is mij uitstekend bevallen om op zo'n manier met wiskunde bezig te zijn.” Het begrip vierde dimensie is volgens Nienke van Aken (16 jaar, 5 vwo) bijzonder lastig uit te leggen. Het lastige is dat de vierde dimensie ook niet zichtbaar is. „Ik vond het in elk geval heel leuk en gezellig om al die modules te bouwen.” Het object krijgt voorlopig een mooi plekje op school. Uiteindelijk wordt het weer afgebroken.





Hogere wiskunde

ENSCHEDÉ - Leerlingen van het Kottenpark hebben zaterdag onder leiding van wiskundeleraar Paul van de Veen een vierdimensionale polytoop of te wel een 'hecatonicosachoron'. Dit bijzondere object is volgens Van de Veen nog nooit in Europa gebouwd. Van de Veen: "In driedimensies bestaan er vijf regelmatige figuren zoals de bekende kubus, de piramide, het achthoek enzovoort. In vierdimensies bestaan er ook een paar regelmatige figuren. Die werden ontdekt door Alicia Boole Stott rond 1900. Zij had de zeldzame gave om vierdimensionaal te kunnen denken. Omdat de meeste mensen alleen 3-dimensionale objecten kunnen zien maakten de leerlingen op het Kottenpark een driedimensionale schaduw." (foto: Robert Hoetink)



Foto's











